

С.В. Мітіна

МЕТОДИ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ У
ПСИХОЛОГІЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ:

навчально-методичні рекомендації
до написання кваліфікаційних робіт

*для здобувачів закладів вищої освіти
спеціальності психологія*

Київ- 2024

УДК 159.923.2
ББК 88.37
М66

Рекомендовано до друку Вченою радою Таврійського Національного університету імені В.І.Вернадського (протокол № 10 від 05 березня 2024 року).

Рецензенти:

Дробот О.В. – професор, доктор психологічних наук, завідувачка кафедри психології, соціальної роботи та педагогіки, Таврійського національного університету ім. В.І.Вернадського.

Гущина Т.Ю. – доцент, кандидат психологічних наук, доцент кафедри психології, соціальної роботи та педагогіки, Таврійського національного університету ім. В.І.Вернадського.

Мітіна С.В.

Методи математичної статистики у психологічних дослідженнях: навчально-методичні рекомендації до написання кваліфікаційних робіт для здобувачів закладів вищої освіти спеціальності «Психологія». Київ: Вид-во ТНУ, 2024. 63 с.

Методичні рекомендації містить основні поняття та практичні основи застосування методів математичної статистики у психології: алгоритм обробки та аналізу даних експериментальних психологічних досліджень. Подано правила графічного представлення статистичної інформації, обчислення середнього арифметичного, моди, медіани, дисперсії. Пояснюється вимоги щодо застосування параметричних і непараметричних статистичних критеріїв, описано основи кореляційного аналізу та надаються поради щодо доцільності його проведення відповідно до дослідницької мети. Методичні рекомендації доповнено прикладами застосування окремих статистичних критеріїв при аналізі даних експериментальних психологічних досліджень.

Методичні рекомендації розраховані на здобувачів закладів вищої освіти зі спеціальності «Психологія», психологів-дослідників і викладачів психології.

ЗМІСТ

ВСТУП	4
РОЗДІЛ I ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ	6
1.1. Загальна уявлення про методи математичної статистики	6
1.2 Поняття змінні, вимірювання	10
1.3 Статистичні шкали.....	12
1.4 Статистична гіпотеза та статистичний висновок.....	17
РОЗДІЛ II МЕТОДИ ПЕРВИННОЇ СТАТИСТИЧНОЇ ОБРОБКИ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ.....	20
2.1 Методи зведення результатів експериментальних досліджень.....	20
2.2 Міри центральної тенденції	25
2.3 Міри мінливості даних, стандартне відхилення.....	28
РОЗДІЛ III ПОНЯТТЯ ТА ВИДИ СТАТИСТИЧНИХ КРИТЕРІЇВ	34
3.1 Поради щодо вибору статистичного критерію.....	34
3.2 Рекомендації щодо застосування непараметричних критеріїв.....	36
3.2.1 Непараметричний критерій U-Манна-Уїтні для незалежних вибірок	37
3.2.2 Непараметричний H критерій Краскела-Уолліса незалежних вибірок	40
3.3.3 Непараметричний G-критерій знаків для залежних вибірок	41
3.3 Рекомендації щодо застосування параметричних критеріїв.....	43
3.3.1 Незв'язаний (непарний) t – критерій Стьюдента	45
3.3.2 Зв'язаний (парний) t – критерій Стьюдента	48
3.4 Багатофункціональний ϕ -критерій Фішера (кутове перетворення).....	51
РОЗДІЛ IV МІРИ ЗВ'ЯЗКУ, КОЕФІЦІЄНТИ КОРЕЛЯЦІЇ	54
4.1 Поняття та види кореляційних зв'язків	54
4.2 Коефіцієнт лінійної кореляції Пірсона	57
4.3 Коефіцієнт рангової кореляції Спірмена	60
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	63

ВСТУП

Проникнення математики в гуманітарні науки - явище закономірне, тому що кожна наукова галузь займається збором емпіричних даних і виникає необхідність їх обробки та кількісного аналізу. Для всебічного та глибокого вивчення будь-якого психологічного явища недостатньо лише якісного аналізу, тому створення експериментальних галузей психології спричинило розробку численних математичних прийомів та кількісних методів аналізу результатів дослідження.

У своїй роботі як психолог-дослідник, так і психолог-практик часто стикаються з проблемою вимірювання та кількісного аналізу. Це пояснюється тим, що як би не були різноманітні цілі та методи психологічних досліджень, отримані в ході діагностики або корекційного впливу дані завжди є результатами вимірювання різних психологічних явищ. Проте, як показує власний досвід керівництва науковими дослідженнями, студенти при проведенні математико-статистичного аналізу результатів емпіричних досліджень, у більшості випадків, обмежується виявленням простих кореляційних зв'язків або спостерігається некоректне застосування статистичних методів при обробки даних та оцінки достовірності висновки. При цьому багато статистичних процедур досить прості у виконання, головне чітко розуміти мету дослідження, сутність кожного методу та адекватність його застосування відповідно до мети дослідження.

Відносно актуальності застосування методів математичної статистики при проведенні психологічних досліджень дуже влучно пише А.Д. Наследов: «Практична діяльність психолога – це передусім мистецтво застосування практичних методів. Але здорового глузду недостатньо для професійної роботи. Професіонал вирізняється тим, що може обґрунтувати свою точку зору, перевірити ефективність того чи іншого практичного методу або спроможність організаційного рішення. При цьому він буде опиратися на науково обґрунтовані аргументи, а не лише на власну суб'єктивну думку».

Навчально-методичні рекомендації допоможуть здобувачам вищої освіти отримати загальні уявлення про основні математико-статистичні процедури та способи їх застосування у психологічних дослідженнях, розуміти та описувати закономірності психологічних явищ, робити науково обґрунтовані висновки на основі результатів статистичного аналізу результатів емпіричного дослідження, розуміти їх логіку та доказовість, підвищити культуру експериментального дослідження, подолати суб'єктивізм в оцінці результатів загалом.

Крім цього, знання математико-статистичних методів дозволить не тільки освоїти елементарні прийоми аналізу та обробки експериментального матеріалу, але й зрозуміти, які завдання можна поставити використовуючи комп'ютерні програми обробки результатів експериментальних досліджень, розуміти в якому вигляді можуть бути отримані та як проінтерпретовані ці результати.

Методичні рекомендації містять поради щодо вибору і розрахунку деяких статистичних критеріїв, однак самі алгоритми розрахунку дещо спрощені, не всі критерії описано детально – ґрунтовнішу інформацію про них можна знайти у рекомендованій літературі. Сподіваюся, що запропоновані рекомендації будуть в нагоді при написанні кваліфікаційних робіт здобувачами вищої освіти, а також проведенні наукових досліджень психологів-дослідників і викладачів психології.

РОЗДІЛ І ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

1.1 Загальні уявлення про методи математичної статистики.

При дослідженні будь-якого психічного явища чи процесу перед дослідником виступає статистичний характер цього явища (процеса). Це означає, що між умовами перебігу психічних процесів та наслідками їх перебігу не існує однозначного чи функціонального зв'язку, тобто із сукупності умов впливає ціла система наслідків, які варіюють.

Математична статистика – це розділ математики, який вивчає математичні методи обробки й використання статистичних даних для наукових і практичних висновків.

Математична статистика дає можливість статистичне описати результати експериментів і спостережень, виявити та проаналізувати статистичні закономірностей, тобто розмежувати необхідне та випадкове у досліджуваному явище. У структурі математичної статистики традиційно виділяють три основні розділи:

1. *Описова статистика* дозволяє описувати, впорядковувати, підсумовувати та представляти дані того чи іншого розподілу в більш наочному вигляді (таблиці, графіки), обчислювати середні значення, дисперсію представленого розподілу. Тобто, методи описової статистики покликані перетворити сукупність окремих емпіричних даних на систему наочних для сприйняття форм і чисел: розподіли частот; показники тенденцій, варіативності тощо.

2. Завдання індуктивної статистики полягає в перевірці того, чи можна розповсюдити результати, отримані в окремій вибірці, на всю популяцію, з якої взята ця вибірка. За допомогою індуктивної статистики роблять висновки та узагальнення, на основі даних, отриманих при вивченні вибірки.

3. Кореляційний аналіз покликаний дізнатися, наскільки пов'язані між собою дві змінні. Це дозволяє прогнозувати можливі значення однієї з них, якщо ми знаємо іншу.

Застосування методів математичної статистики вимагає деякого мінімуму вимірювань та певної кількості випробуваних. також необхідно пам'ятати, що методи математичної статистики можуть бути застосовні не до будь-якого набору ознак:

1. Методи математичної статистики не виділяють закономірностей, які відсутні.

2. Статистичні методи не застосовуються до хаосу результатів, які не мають будь-якої тенденції до концентрації.

Крім того результативність та якість аналізу отриманого емпіричного матеріалу залежать від професіоналізму дослідника, завдань експерименту, обраної методики. Мистецтво математичного аналізу полягає в тому, щоб отримати з експериментального матеріалу якомога більше достовірних висновків, дослідити взаємозв'язок виміряних процесів та факторів, що впливають на них.

Для отримання достатньої кількості показників необхідний багаторазовий вимір тих чи інших явищ. У результаті створюється досить різноманітна картина числових значень отриманих показників. Щоб у отриманому обсязі чисел розкрити окремі закономірності та зробити обґрунтовані висновки, необхідна їх спеціальна обробка за допомогою методів математичної статистики.

Головне завдання математичної обробки – кількісний аналіз експериментального матеріалу з метою отримання характеристик об'єкта дослідження. Весь отриманий емпіричний матеріал повинен бути зведений до деякої зручної для аналізу форми.

Основними методологічними принципами математичної обробки є:

1. Єдність кількісного та якісного аналізу даних.
2. Вибір адекватного методу обробки інформації кожного конкретного випадку.

Крім того, при плануванні математичної обробки експериментального матеріалу необхідно пам'ятати, що:

- не існує єдиної «одиниці» виміру психічних явищ;
- не можна автоматично переносити фізичну систему на психічні вимірювання;
- психічні стани та характеристики окремої особистості чи групи динамічні, тому результати їх вимірів не можуть дати постійної характеристики;
- висновки за результатами математико-статистичної обробки експериментального матеріалу в психології мають імовірнісний характер.

Найчастіше у психологічних дослідженнях вирішуються такі завдання математичної обробки даних:

- визначення міри центральної тенденції та розкидання даних в отриманих значеннях показника (для отримання інформативної характеристики вибірки);
- визначення статистичної достовірності відмінностей між однорідними показниками в одній або кількох вибірках (наприклад, для оцінки ефективності психологічного впливу);
- визначення міри зв'язку між двома показниками;
- виявлення динаміки процесу;
- оцінка взаємодії 2-х чи більше факторів та їх вплив на зміну деякої ознаки.

Вирішення цих завдань забезпечується використанням математичних методів на всіх стадіях психологічного дослідження. Обробка отриманих емпіричних даних є надзвичайно відповідальним, трудомістким і завжди творчим, пошуковим процесом. Правильне застосування методів статистики дозволяє психологу:

1. довести правильність та обґрунтованість використовуваних корекційних прийомів та методів;
2. науково обґрунтовувати експериментальні плани та програми;
3. знаходить залежність між експериментальними даними;

4. виявляти наявність суттєвих відмінностей між групами випробуваних;
5. доводити статистичні гіпотези чи спростовувати їх;
6. формулювати науково обґрунтовані висновки за результатами експериментальних досліджень.

Методи статистичної обробки – це способи кількісних розрахунків, математичні формули і прийоми, які дозволяють узагальнювати емпіричні дані, виявляючи приховані в них закономірності. Головна мета будь-якого статистичного методу - представити кількісні дані в систематизованій і стислій формі з тим, щоб полегшити їх розуміння.

Методи статистичної обробки поділяються на первинні та вторинні.

Первинні методи статистичної обробки – це методи, за допомогою яких отримують показники, безпосередньо відображають результати емпіричних досліджень: наочне представлення даних у вигляді графіків і діаграм, обчислення центральної тенденції (середнього значення, моди, медіани), заходів мінливості (розмаху, дисперсії, стандартного відхилення).

Первинна статистична обробка націлена на впорядкування інформації про об'єкт і предмет вивчення. На цій стадії «сирі» відомості групуються за тими чи іншими критеріями, що заносяться у зведені таблиці. Первинно оброблені дані дають можливість дослідникові зрозуміти характер всієї сукупності даних в цілому: про їх однорідність-неоднорідність, компактність-розкиданість, чіткість-розмитість і т.д. Ця інформація чітко спостерігається в візуальних формах представлення даних і дає відомості про їх розподіл.

Вторинні методи статистичної обробки використовують первинні дані, дозволяють виявити приховані статистичні закономірності, зробити якісний аналіз даних: висування статистичних гіпотез, підготовка даних для застосування статистичних методів (перевірка нормальності розподілу), перевірка гіпотез за допомогою статистичних критеріїв, формулювання висновків.

До вторинних методів статистичної обробки відносяться: кореляційний аналіз, регресійний аналіз, факторний аналіз, методи порівняння первинних даних двох або декількох вибірок.

Необхідно пам'ятати, що сама по собі статистика - це тільки інструментарій, що допомагає психологу ефективно розумітися у складному експериментальному матеріалі. Найбільш важливим у будь-якому експерименті є чітка постановка завдань, ретельне планування експерименту та побудова гіпотез.

Математико-статистичні методи застосовуються як при обробки результатів психологічних досліджень, а також при створення нових діагностичних методик. У цьому випадку вирішуються завдання оцінки надійності та валідності нового діагностичного інструментарію, розрахунку параметрів стандартизації та адаптації нової методики.

1.2 Поняття змінні та вимірювання.

До базових понять, які стосуються використання математичної статистики у психології, перш за все відносяться поняття «змінні» та «вимірювання».

Змінні – це все, що можна вимірювати, контролювати або змінювати у дослідженнях. Змінною може бути рівень тривожності, інтелект, рівень агресії, мотивація досягнення, тип темпераменту тощо. Змінні у конкретному дослідженні та їх кількість буде залежить від теми дослідження, його мети, гіпотези, методів, завдань та структури. Навіть у дослідженнях, які виконані на одну тему, змінні можуть бути різними, оскільки відрізнятимуться гіпотези чи використані для дослідження методики.

Змінна - це будь-який фактор, який може змінюватися, впливаючи на результати експерименту. **Незалежна змінна** (НЗ) - це змінна, яка знаходиться під контролем експериментатора, і яку він може змінювати відповідно до дослідницької мети, щоб вплинути на залежну змінну. **Залежна змінна** (ЗЗ) - це змінна в експерименті, яка вимірюється дослідником і змінюється під

впливом незалежної змінної. ***Наприклад,** при дослідженні корекційного впливу методів арт-терапії на рівень тривожності дітей дошкільного віку, залежною змінною є рівень тривожності, що змінюється під корекційним впливом (НЗ).* Отже, незалежна зміна – експериментальний вплив, а залежна зміна – реакція, що є наслідком здійснення експериментального впливу. В межах психологічного дослідження найчастіше залежна зміна є поведінка досліджуваного.

Основна проблема при проведенні експериментального дослідження - виділення і ізоляція незалежної змінної від інших впливів. В якості незалежних змінних в психологічному експерименті можуть бути: - характеристики завдань їх складність; - особливості ситуації (зовнішні умови); - керовані особливості (стани) випробуваного.

Крім того, змінні поділяються за своєю значимістю для дослідження на основні та додаткові. ***Наприклад,** при дослідженні відмінностей у рівні тривожності у дітей з повних сімей та дітей з неповних сімей основні змінні: рівень тривожності дітей. Проте у процесі дослідження фіксуватимуться додаткові змінні, які можуть вплинути на його результати: стать дитини, вік, успішність навчання тощо.*

Вимірювання – це процес приписування чисел об'єктам вивчення (змінним) відповідно до певних правил. Ці правила повинні встановлювати відповідність між деякими властивостями об'єктів, що розглядаються, з одного боку, і ряду чисел – з іншою. З іншої сторони вимірювання – це процедура, за допомогою якої об'єкт, що вимірюється, порівнюється з деяким еталоном і отримує чисельне вираження в певному масштабі або шкалі.

Вимірювання у психології – процедура отримання числових характеристик для величин властивостей досліджуваних психологічних явищ, і процесів (наприклад, моторні та мовленнєві реакції, здібності, інтелект, мотиви та установки особистості, її роль та статус у групі).

Вимірювання у психології має власну специфіку. Об'єктами, яким у процесі виміру приписують числа, виступають не самі психічні явища (почуття,

мотиви, інтелект тощо), а різні "одиниці" поведінки, діяльності та фізіологічні реакції. Саме на підставу аналізу якісних та кількісних характеристик, вимірювання психолог робить висновки про психічні явища. Такі якісні та кількісні характеристики називаються показниками (показники уваги, пам'яті, агресії тощо). *Наприклад*: рівень прояву тривожності, показник самооцінки, коефіцієнт інтелекту (IQ) тощо.

Дослідження (вимір) будь-якого психічного прояву дає нам не одиничне значення, а деяку статистичну сукупність, де всі варіанти неодмінно повинні бути об'єднані наявністю (та проявом) деякої стійкої статистичної закономірності, яка обумовлена сутністю цієї статистичної сукупності, сутністю самого досліджуваного процесу та умовами його перебігу під час вимірювання.

Найзагальнішими причинами (або факторами), що зумовлюють варіативність значення ознаки, що вимірюється у психологічному дослідженні, є:

1. Випадкові технічні коливання (вимірювальна техніка тощо);
2. Зміни умов зовнішнього середовища, до яких належать сам експериментатор, навколишнє середовище, робоча обстановка тощо;
3. Випадкові внутрішні коливання: фізіологічний стан (стан здоров'я, якість сну, втома, відчуття ситості чи голоду), психологічні умови (мотивація, емоції, навички, інтелект, міжособистісна взаємодія тощо).
4. Вікові та статеві відмінності учасників дослідження.
5. Індивідуально-типологічні та особистісні відмінності учасників дослідження.

При аналізі результатів дослідження і формування висновків необхідно враховувати вплив зазначених факторів на варіативність значення досліджуваної ознаки.

Можливості психологічних досліджень обмежені одним суттєвим фактором – вибіркою. **Вибірка** – це сукупність досліджуваних людей. Вибірка є частиною **генеральної сукупності** – усієї множини людей певної категорії.

Поняття “генеральна сукупність” та “вибірка” співвідносяться як поняття “ціле” та “частина”, або як “множина” і “підмножина”.

Репрезентативність вибірки – це ступінь представленості у ній генеральної сукупності. Генеральна сукупність неоднорідна – вона має свою структуру, оскільки включає людей різних класів, професій, вікових параметрів, статі тощо. Якщо вибірка репрезентативна – то виявлені на ній закономірності можна перенести на генеральну сукупність.

Загальні методи підвищення репрезентативності вибірки:

1. Планомірний підбір досліджуваних із генеральної сукупності. При використанні цього методу вивчають структуру генеральної сукупності та обирають для дослідження представників усіх виділених категорій.

2. Рандомізований підбір досліджуваних з генеральної сукупності. Цей метод ґрунтується на уявленні про ймовірнісну характеристику розподілу ознак і полягає у підборі досліджуваних за допомогою генератора випадкових чисел (або таблиць).

1.3 Статистичні шкали.

Різноманітні види вимірювання у теоретичному плані формуються за допомогою понять числового уявлення та шкали.

Числове уявлення – це відображення емпіричної системи з наявними відносинами до числової системи з аналогічними відносинами. Процес присвоєння кількісних (числових) значень, отриманої емпіричної інформації, називається *кодуванням*.

Будь-який вид виміру передбачає наявність одиниці виміру. У природничих науках та техніці існують стандартні одиниці виміру, наприклад, градус, метр, ампер тощо. Психологічні змінні, за поодинокими винятками, не мають власних вимірювальних одиниць. Тому в більшості випадків значення психологічної ознаки визначається за допомогою спеціальних вимірювальних шкал.

Процес вимірювання може бути різного рівня точності, що залежить як від типу досліджуваного явища, так і від інструменту його вимірювання. Саме тому ще одним важливим є поняття *вимірювальні шкали*.

Шкала – це безліч чисел, відносини між якими відображають відносини між об'єктами емпіричної системи. *Шкала у психології* - це інструмент вимірювання, в якому властивості соціально-психологічних явищ виражені цифрами, що розташовані в певному порядку.

Вимірювальна шкала – інструмент для вимірювання безперервних властивостей об'єкта; являє собою числову систему, де відносини між різними властивостями об'єктів виражені властивостями числового ряду.

Найпоширенішою у психології є типологія шкал американського психолога та психофізика Стенлі Стівенса, в основу якої покладено точність градування шкал та операції, які можна виконувати з числами. В межах цієї типології вирізняють такі типи вимірювальних шкал:

- шкала найменувань (номінальна чи номінативна),
- шкала порядку (рангова чи ординальна),
- шкала інтервалів (інтервальна),
- шкала відношень (пропорційна).

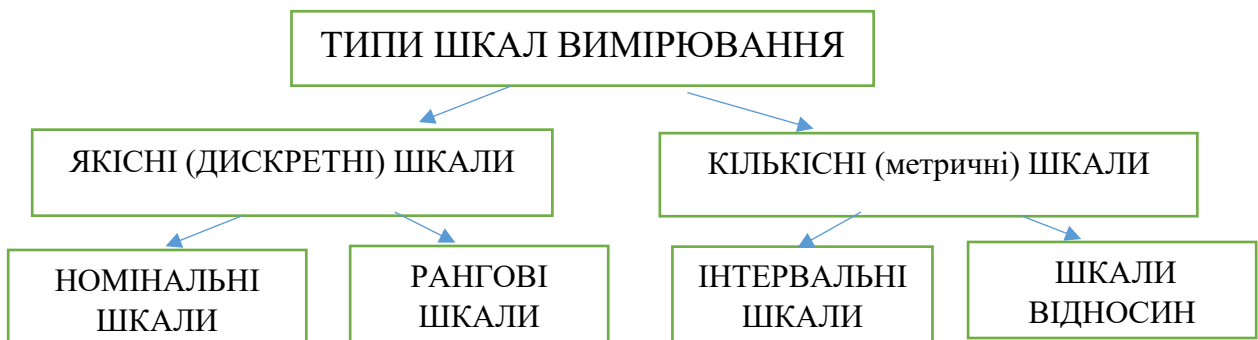


Рис. 1.1 Класифікація шкал вимірювання за С. Стівенсом.

Вимірювання, що здійснюються за допомогою шкали найменувань (номінальна) і рангової шкали, вважаються неметричними (якісними), а вимірювання, що здійснювані за допомогою шкали інтервалів та шкали рівних відношин метричними (кількісними). Відповідно до цього в психології

визначають два підходи до психологічних вимірювань: метричний (більш точний) і неметричний (менш точний).

Найпростіша номінальна шкала - дихотомічна. При вимірюваннях за дихотомічною шкалою ознаки, що вимірюються, можна кодувати двома символами або цифрами, наприклад 0 і 1, або буквами А і Б, а також будь-якими двома відмінними один від одного символами. Ознака, виміряна за дихотомічною шкалою, називається альтернативною, вона може приймати лише два значення: ознака виявляється – ознака не виявляється. Наприклад: повна сім'я – неповна сім'я; голосування за – голосування проти тощо.

Більш складний варіант номінальної шкали – класифікація за трьома або більше ознаками. Наприклад: класифікація фрустраційних реакцій за спрямованістю (методика С.Розенцвейга) – екстрапунітивні, інтропунітивні, імпульсивні. Прикладом також може бути розподіл за типом темпераменту: холерик, сангвінік, меланхолік та флегматик.

Номінальна шкала дозволяє розрахувати частоту прояву певної ознаки та надалі працювати з частотами за допомогою математико-статистичних методів. До результатів отриманих в номінативній шкалі можна застосовувати наступні статистичні методи: М-критерій Макнамари, багатofункціональний ϕ -критерій Фішера (кутове перетворення), χ^2 (хи-квадрат) Пирсона.

Порядкова (рангова) шкала використовується якщо необхідно встановити порядок розташування психологічних об'єктів відповідно до вираженості у них якоїсь властивості. Порядкова шкала дозволяє зафіксувати ранг, або місце, кожного значення змінної по відношенню до інших значень.

Порядкова (рангова) шкала класифікує об'єкти по принципу «більш-менш», тобто за інтенсивністю прояву певної ознаки.

У порядковій (ранговій) шкалі повинно бути не менше трьох класів (груп): наприклад, відповіді на питання: «так», «не знаю», «немає»; або – низький, середній, високий рівень прояву ознаки; тощо, з тим розрахунком, щоб можна було розставити виміряні ознаки по порядку. Від класів просто перейти

до чисел, якщо вважати, що нижчий клас отримує ранг 1, середній – 2, вищий – 3 (або навпаки). Чим більше число класів, на які розбита вся експериментальна сукупність, тим ширші можливості статистичної обробки отриманих даних і перевірки статистичних гіпотез.

Основна процедура оперування з об'єктами порядкової шкали – ранжування, що дозволяє на подальшому етапі обробки емпіричних даних застосовувати непараметричні (рангові) критерії і кореляційний аналіз.

Шкала інтервалів класифікує об'єкти за принципом «більш на певне число одиниць – менш на певне число одиниць», кожне з можливих значень відрізняється від попереднього на певне число. При цьому з'ясовують, наскільки більш або менш виражена певна властивість у одного об'єкта, ніж у іншого.

Головне поняття шкали- **інтервал**, який можна визначити як відсоток чи частину досліджуваного явища (ознаки) між двома сусідніми значеннями по шкалі. Шкала інтервалів має масштабну одиницю, але *положення нуля на ній довільне*. Розмір інтервалу – величини фіксована та постійна на всіх ділянках шкали. За шкалою інтервалів встановлюються спеціальні одиниці виміру (наприклад, стени чи станаїни).

У психології найчастіше використовується семантичний диференціал Ч. Осгуда, який є прикладом вимірювання за інтервальною шкалою різних психологічних властивостей особистості: соціальних установок, ціносних орієнтації, самооцінки тощо.

Шкала відношень (шкала рівних відношень). Особливістю цієї шкали є наявність абсолютного (твердо фіксованого) нуля, який означає повну відсутність якої-небудь властивості або ознаки. Шкала відношень показує дані про вираженість властивостей об'єктів, коли можна сказати, у скільки разів один об'єкт більше або менше іншого. Це можливе лише тоді, коли крім визначення рівності, рангового порядку, рівності інтервалів відомо рівність відношень.

Шкала відношень є найбільш інформативною шкалою, дозволяє будь які математичні операції та використання різних статистичних методів.

Таблиця 1.1

Характеристика вимірювальних шкал С. Стівенса

Шкала	Характеристика	Математичні операції	Приклади
Номінальна	об'єкти класифікуються, а класи позначаються номерами; число слугує лише назвою певного класу та належності об'єкту до нього, але нічого не говорить про властивості об'єкту, найпростіша дихотомічна шкала.	встановлення належності до певного класу; дозволяє розрахувати частоту прояву певної ознаки	Розподіл вибірки за статтю; за типом темпераменту; за освітою тощо
Порядкова (рангова)	об'єкти розташовуються в порядку зменшення чи зростання у них певної якості; кожній градації якості приписується свій порядковий номер (ранг). Особливість шкали – однакові різниці між сусідніми рангами не означають однакової різниці між ступенями прояву вимірюваної якості.	встановлення відношень «більше-менше» об'єкти впорядковуються (ранжуються).	ранжування досліджуваних за проявами індивідуальних рис; за якістю виконання завдання; за рівнем прояву певної ознаки тощо.
Інтервальна	одиниця вимірювання (інтервал) - можна не лише впорядкувати об'єкти, але й визначити відмінності у прояву вимірюваної якості. Розмір інтервалу – величини фіксована та постійна на всій шкалі. Особливість шкали – довільний нуль, який не говорить про відсутність якості у об'єкта.	встановлення рівності інтервалів (різниць)	семантичний диференціал; стени; стандартизовані тести інтелекту (IQ)
Пропорційна (відношень)	відношення чисел виражають кількісні відношення ступенів прояву явища. Особливість шкали – наявність абсолютного нуля, який означає відсутність явища	встановлення рівності відношень	Частота прояву певної ознаки; ступень вираженості властивостей

Застосування конкретних математичних методів визначається тим, до якої статистичної шкали належить отриманий емпіричний матеріал. Кожна вимірювальна шкала має власну, відмінну від інших форм числового представлення, або коду. Тому закодовані ознаки досліджуваного явища виміряні за однією з названих шкал, фіксується в строго визначеній числовій системі, що визначається особливостями використовуваної шкали. Знаючи типові особливості кожної шкали можна встановити у якій зі шкал слід проводити статистичну обробку емпіричного матеріалу.

1.4 Статистична гіпотеза та статистичний висновок.

На етапі планування емпіричного дослідження важливим є формулювання статистичної гіпотези.

Статистична гіпотеза – це припущення щодо значущості певного параметра, який досліджується в експерименті, і є необхідною на етапі математичної інтерпретації емпіричних даних.

При перевірці використовуються дві гіпотези:

H_0 — гіпотеза про подібність, яка свідчить про відсутність відмінностей між експериментальними і контрольними даними.

Альтернативна (експериментальна) гіпотеза (H_1) – гіпотеза о значущості відмінностей. H_1 — гіпотеза про відмінність певного параметра, який досліджується в експерименті.

Коли нуль-гіпотеза H_0 відхиляється, говорять, що відмінності між даними є статистичне значущими; коли не відхиляється — статистичне незначущими. Підтвердження статистичної гіпотези про значущість виявленої відмінності має бути інтерпретоване як неможливість відхилення експериментальної гіпотези.

Рівень значущості розбіжностей (p) — це вірогідність відхилення статистичної гіпотези H_0 .

Наприклад, якщо вказується, що відмінності достовірні на 5%-му рівні значущості, то мається на увазі ймовірність 0,05 того, що вони все ж таки недостовірні. Тобто, інакше кажучи, для $p < 0,05$, це означає, що різниця між

групами є достовірною з надійністю 95% (тобто різницю можна очікувати у 95 випадках із 100).

Статистичні висновки надають можливість:

- оцінити точність, надійність і ефективність вибірових статистик, виявити похибки, які виникають у процесі статистичних досліджень (статистичне оцінювання);
- узагальнити параметри генеральної сукупності, отримані на підставі вибірових статистик (перевірка статистичних гіпотез).

Варіанти можливих статистичних висновків надано у таблиці 5.1

Таблиця 1.2

Статистичні висновки

Рівень значущості	Можливий статистичний висновок
$p > 0,1$	статистично достовірних відмінностей не виявлено
$p < 0,1$	відмінності визначено на рівні статистичної тенденції
$p < 0,05$	визначено статистично достовірні (значущі) відмінності (достовірність відмінностей 95%)
$p < 0,01$	відмінності визначено на високому рівні статистичної значущості (достовірність відмінностей 99%)
$p < 0,001$	відмінності визначено майже на абсолютному рівні статистичної значущості (достовірність відмінностей 99,9%)

У практиці статистичних вимірювань найбільш поширені два рівня значущості – п’ятивідсотковий $p < 0,05$ та один відсотковий $p < 0,01$. Відмінності вважаються достовірні, якщо рівень значущості менш одного відсотку (тобто $p < 0,01$). Значення $p > 0,05$ свідчить про відсутність статистично значущих відмінностей між порівнюваними величинами. Значення $p < 0,05$ вказує, що відмінності достовірні на п’ятивідсотковому рівні значущості, тобто вірогідність того, що вони недостовірні складає 5% (достовірність відмінностей 95%).

РОЗДІЛ II МЕТОДИ ПЕРВИННОЇ СТАТИСТИЧНОЇ ОБРОБКИ ЕМПІРИЧНИХ ДАНИХ

2.1 Методи зведення результатів експериментальних досліджень.

Отримавши у відповідній шкалі масив емпіричних даних, психолог може оформити результати експерименту у вигляді таблиць, графіків, статистичних процедур, які необхідні для подальшої статистичної обробки та отримання достовірних висновків із дослідження.

Зведення емпіричних даних, одержаних на основі проведеного експерименту, являє собою їх систематизацію та встановлення якісних і кількісних залежностей між ознаками, що досліджувались. Для оброблення результатів досліджень найчастіше застосовують статистичні, табличні і графічні методи.

Щоб кількісні показники результатів дослідження дали можливість виявити наявність деяких залежностей між досліджуваними факторами, їх потрібно певним чином упорядкувати. Придатними для цього можуть стати методи *упорядкування, групування, частотний розподіл, ранжування* і

Упорядкування – це початковий етап первинної обробки емпіричних даних, який передбачає розташування варіант вибірки в певній послідовності, найбільш зручної для подальшого аналізу. Наприклад, упорядкування даних по міри їх зростання (чи зменшення), тобто робимо певний статистичний ряд.

Після упорядкування даних найчастіше проводять їх угруповання.

Групування передбачає поділ дослідних даних на основі певних показників (показники групування) на групи із однотипних або близьких за значеннями елементів. Показники групування можуть бути кількісними і якісними.

При групуванні за *кількісними ознаками* (кількісне групування) за основу беруть ознаки, які можна схарактеризувати кількісно (наприклад, результати тестування чи опитування, швидкість процесів, продуктивність праці тощо). Кількісні ознаки завжди можна вимірювати якимись одиницями вимірювання,

а результати вимірювання упорядковувати за певною послідовністю (зростання, зменшення, періодична повторюваність тощо).

При групуванні за *якісними ознаками* (атрибутивне групування) за основу беруть ознаки, які неможливо схарактеризувати кількісно, але вони можуть так повторюватись, що це стає можливим визначати (наприклад, національність або соціальне походження опитуваних). З якісних ознак неможливо скласти якусь послідовність.

Дослідні дані можуть бути згруповані за однією або кількома ознаками. За кількістю ознак розрізняють просте і *комбіноване групування*.

Просте групування відбувається за однією ознакою (наприклад, всіх учасників експерименту можна поділити за стажем роботи чи за віком тощо).

Комбіноване групування конкретної сукупності даних одночасно здійснюють на основі кількох ознак (коли вже поділених за стажем роботи працівників поділити ще й за рівнем освіти — то це вже буде групування за двома ознаками; третьою ознакою групування можуть стати вікові категорії тощо). Доцільним вважається групування не більше, ніж за трьома ознаками.

Як правило, в результаті емпіричного дослідження буває досить багато вихідних первинних даних, які підлягають статистичній обробці, для подальшого аналізу можна скласти ***таблицю частотного розподілу***.

Для цього упорядковують дані – вписують у першу колонку таблиці отримані показники в порядку зростання, а у другий- частоту прояву даного показника у досліджуваній вибірці (тобто підраховують кількість випадків для кожного показника . Сума всіх частот дорівнює загальному числу тестових показників (або обсягом вибірки n).

Наприклад, при виконанні тесту на виборці у 30 осіб отримані наступні дані (таблиця 2.1):

Таблиця 2.1

Частота розподілу даних по тесту

Первинний результат	Частота
15	3
16	5
17	9
18	7
19	4
20	2

Інформація, що міститься в частотному розподілі, може бути також представлена графічно у вигляді кривої розподілу.

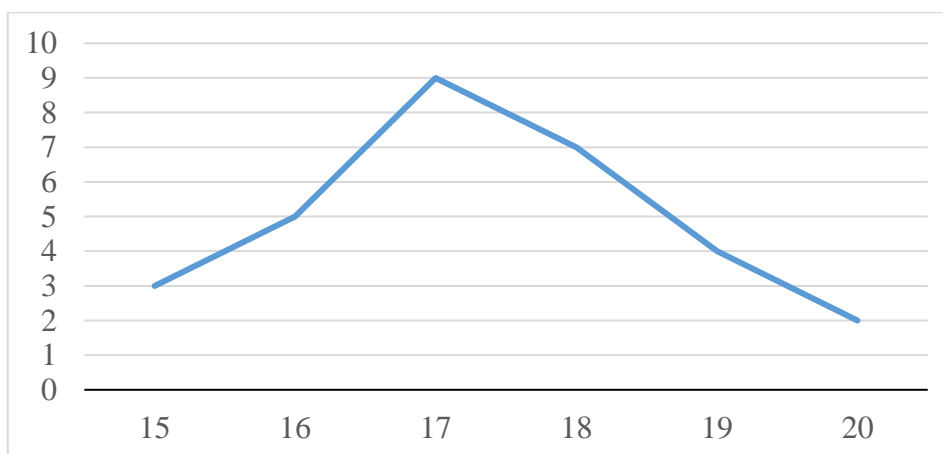


Рис. 2.1 Крива розподілу частот даних (полігон частот)

Відсоткові показники використовуються для того, щоб частотний розподіл за тією чи іншою змінною привести до основи 100 (аналогічно, пропорції використовуються для приведення даних до основи 1). У такому вигляді емпіричні дані є найбільш зручними для подальшого аналізу в порівнянні з «сирим» частотним розподілом.

Наприклад, за результатами дослідження самооцінки в групі підлітків з 30 осіб отримані наступні дані, що подано у таблиці 2.2.

Таблиця 2.2

Результати дослідження самооцінки в групі підлітків (%)

Самооцінка	Частота (число підлітків)	%
Низька	9	30
Адекватна	11	37
Завищена	10	33
Разом	30	100

Ранжування полягає у розподілі кількісних показників у певному порядку (наприклад, за ступенем їх важливості чи значущості або у послідовності зростання чи, навпаки, зменшення).

На основі ранжування виключають всі другорядні і випадкові дані, що не впливають на результати проведеного дослідження.

Ранжування починається з упорядкування даних (зазвичай за зростанням показників) або за принципом «перший –найкращий». Різним значенням упорядкованому ряду надаються різні ранги (порядкові номери). Якщо у варіативному ряду зустрічаються декілька однакових значень, то їм надається усереднений ранг.

Приклад. За результатом діагностики інтелекту отримані наступні «сирі бали» : 44, 59, 42, 42, 40, 52, 38, 51, 55, 40, 56, 42, 48, 50, 46, 55, 51, 41, 43, 50. Необхідно провести ранжування.

Алгоритм ранжування.

1. Упорядкувати ряд у порядку зменшення (перший в даному випадку – найбільший результат за інтелектуальним тестом).
2. Надати кожному значенню порядковий номер.
3. Надати кожному значенню ранг.
4. Зробити таблицю.
5. Перевірити правильність ранжування.

Загальна сума рангів розраховується за формулою 2.1

$$\Sigma R_i = n(n+1) / 2, \text{ де } n - \text{кількість значень (обсяг вибірки)} \quad (2.1)$$

Таблиця 2.3

Ранжування результатів діагностики

значення	Порядковий номер	Ранг	значення	Порядковий номер	Ранг
59	1	1	46	11	11
56	2	2	44	12	12
55	3	3,5	43	13	13
55	4	3,5	42	14	15
52	5	5	42	15	15
51	6	6,5	42	16	15
51	7	6,5	41	17	17
50	8	8,5	40	18	18,5
50	9	8,5	40	19	18,5
48	10	10	38	20	20
Сума		55			155

Перевіряємо правильність ранжування.

Знайдемо суму рангів за таблицею: $55+155=210$

Знайдемо суму рангів за формулою (2.1) $\Sigma R_i = 20(20+1)/2=210$,

Отже, ранжування проведено вірно.

Ранжувати можна не лише кількісні показники, а також і якісні ознаки досліджуваного психічного явища чи процесу. Наприклад, ранжування ціннісний орієнтацій за методикою М.Рокича, методика С.А. Будасі дослідження самооцінки особистості побудовано також за принципом ранжування.

2.2 Міри центральної тенденції.

Первинний статистичний аналіз всієї сукупності отриманих у дослідженні даних надає можливість охарактеризувати її в гранично стислому вигляді і відповіді на два головних запитання: 1) яке значення найбільш характерне для вибірки; 2) чи великий розкид даних щодо цього характерного значення, тобто яка варіативність даних.

Для вирішення першого запитання обчислюються міри центральної тенденції, для вирішення другого – міри мінливості (або розкиду).

Головне завдання мір центральної тенденції – виявити найтипівіший показник для даної вибірки.

Мірами центральної тенденції називають чисельні показники типових властивостей емпіричних даних, зокрема: **медіана, мода, середнє арифметичне.**

Медіана (англ. median) — в статистиці це величина ознаки, що розташована посередині ранжованого ряду вибірки, тобто це значення, яке ділить упорядковану множину даних навпіл, так що одна половина даних виявляється меншою за медіану, а друга – більшою (**Me**).

Приклад, *найти медіану для ряду значень*

A) 14, 12, 14, 26, 18, 22, 28, 22, 22

$n = 9$ – непарна кількість значень

Рішення:

1. Упорядковуємо ряд значень у порядку збільшення

2. Надаємо кожному значенню порядковий номер

X_i	12	14	14	18	22	22	22	26	28
№	1	2	3	4	5	6	7	8	9

3. Знайдемо центральне значення за формулою 2.2

$$R_{Me} = (n+1)/2, \text{ де } n - \text{кількість значень.} \quad (2.2)$$

$$R_{Me} = (n+1)/2 = (9+1)/2 = 5,$$

Отже, медіана займає у даному упорядкованому ряду місці за №5,

тобто $Me = 5$

Якщо ряд містить непарну кількість значень, то медіана є центральним значенням:

Наприклад: в упорядкованому ряду 10,12,13, **20**,38,43,47 , $Me = 20$

Якщо ряд містить парну кількість значень, то медіана обчислюється як середнє двох центральних значень:

Наприклад: в упорядкованому ряду 9,11,**13,25**,31,48, $Me = 19$

Мода (M_o) — це значення ознаки, що найчастіше зустрічається у сукупності, у дискретному ряді розподілу - це варіанта (значення), що має найбільшу частоту.

Якщо всі значення в групі зустрічаються з однаковою частотою, то вважається, що моди немає. *Наприклад:* 1, 2, 1, 3, 2, 4, 3, 4.

Якщо два сусідніх значення мають однакову частоту і більше за частоти будь-якого іншого значення, мода є середнє цих двох значень.

Наприклад: $M_o(1, 2, 2, 3, 3, 4) = 2,5$

Якщо однакову частоту мають два несуміжних значення, то існує дві моди, а група оцінок є бімодальною.

Наприклад: для ряду значень: **1, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 5, 5**, $M_o = 1$ та $M_o = 5$.

Для незгрупованих даних мода знаходиться за певним алгоритмом.

Приклад: Знайти моду для наступних даних
5,3,5,5,4,3,3,4,1,4,5,4,4,3,4,5,3,3,4,5,4,2,3,2,4,2,4,3,4,3,3,4,2,4,5.

1. знаходимо частоту кожного значення у даному варіативному ряду

X_i	1	2	3	4	5
f_i	1	4	10	13	7

Найбільша частота $f_{max} = 13$, відповідає значенню $x_i = 4$, отже $M_o = 4$.

Важливою мірою центральної тенденції є **середнє арифметичне (M_x)** — це число, що дорівнює відношенню суми всіх чисел вибірки до їхньої кількості.

Середнє арифметичне значень (вибіркове середнє або середнє) M_x — це результат ділення суми всіх значень (x) на їх кількість (n).

Приклад: знайти середній бал здачі сесії, якщо результати здачі екзаменів такі: 80, 90, 60, 78, 66, 90, $n=6$

$$\text{Рішення: } M_x = (80+90+60+78+66+90)/6 = 77,3$$

Кожна міра центральної тенденції має певні характеристики, які роблять її цінною в певних умовах. Наведемо декілька порад та характеристик мір центральної тенденції.

1. В малих групах мода нестабільна:

Наприклад в групі з 8 осіб,

$$M_o(1, 2, \mathbf{3, 3, 3}, 4, 4, 5) = 3; M_o(1, 2, 2, 3, 3, \mathbf{4, 4, 4}) = 4$$

2. На медіану не впливають величини крайніх значень ряду даних.

4. На величину середнього арифметичного впливають значення кожного елемента ряду (табл. 2.4)

Таблиця 2.4

Порівняння мір центральної тенденції в рядах, що відрізняються значенням

Показники	Мода	Медіана	Середнє арифметичне
1,2, 3, 3,5 , 6, 7,8	3	4	4,4
2, 2, 2, 3,5 ,6,7,12	2	4	4,9

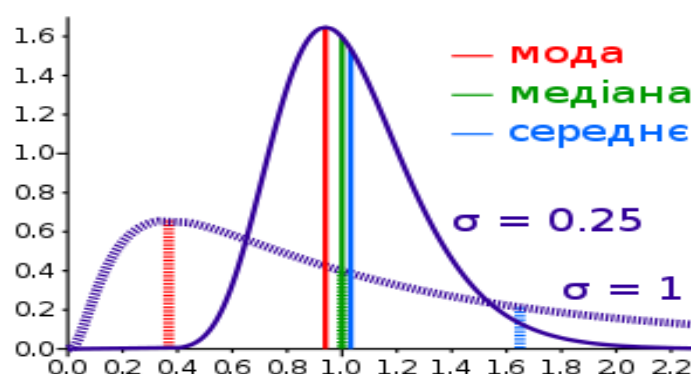


Рис.2.2 Міри центральної тенденції

Чим ближче значення медіани M_e , моди M_o та середнього арифметичного M_x , тим ближче емпіричний ряд до нормального розподілу. Для більш повного опису результатів емпіричного дослідження використовуються міри розкиду

(або варіативності) даних, що характеризують ступінь індивідуальних відхилень від центральної тенденції.

2.3 Міри мінливості даних, стандартне відхилення, міри зсуву.

Міри центральної тенденції вказують на концентрацію групи значень навколо певного показника. Такі міри дають показник, який до певної міри представляє всю вибірку. Однак, у цьому випадку ігноруються відмінності, що існують між окремими значеннями. Для визначення цих відмінностей і використовують **міри мінливості**.

Міри мінливості даних – це статистичні показники, що дозволяють судити про ступінь однорідності отриманої множини даних, її компактності. Найбільш поширені в психологічних дослідженнях показники: розмах, дисперсія, стандартне відхилення.

Розмах (R) – це інтервал між максимальним і мінімальним значеннями ознаки. Він визначається легко і швидко, але чутливий до випадкових даних особливо при малій кількості досліджуваних.

Розмах (**R**) - найпростіша міра відхилення. Розмах визначається лише крайніми значеннями ознаки за формулою (2.3)

$$R = x_{max} - x_{min}, \quad (2.3)$$

де: x_{max} – максимальне значення, x_{min} – мінімальне значення

Для двох різних варіативних рядів значень розмах може бути однаковий

Наприклад:

Варіативний ряд: 10 20 30 40 50, $R = 40$;

Варіативний ряд: 10 10 10 10 50, $R = 40$

Коефіцієнт осциляції відображає відносні коливання крайніх значень ряду відносно середнього показника, знаходиться за формулою (2.4)

$$Ko = R / M_x * 100\% \quad (2.4)$$

де: R – розмах, M_x - середнє арифметичне значення

Приклад: Знайдемо коефіцієнти осциляції для двох вище наведених варіативних рядів:

$$K_{o1}=(40/30)*100\%=133\%; K_{o2}=(40/18)*100\%=222\%$$

Таким чином, видно, що у другому варіативному ряду крайні значення коливаються відносно середнього більше, ніж у першому.

Більш точний метод вимірювання розкиду даних заснований на обліку різниці між кожним індивідуальним результатом і середньоарифметичним значенням по групі. Такий мірою розкиду є *дисперсія або середній квадрат відхилення* (σ).

Стандартне відхилення (σ) — це показник того, наскільки широко розташовані дані відносно середнього арифметичного.

Дисперсія (D) обчислюються тільки для інтервальних та абсолютних шкал. Дисперсія є середнім арифметичним значенням квадратів відхилень окремих значень ознаки від їхнього середнього арифметичного значення:

$$D = \sigma^2 = \sum f_i (x_i - M_x)^2 / n - 1, \quad (2.5),$$

де: x_i — значення варіант вибірки, f_i — частота варіант значень, M_x — середнє арифметичне значення; n — обсяг вибірки.

Дисперсія як статистична величина показує, наскільки значення відхиляються від середньої величини в даній вибірці. Чим більша дисперсія, тим більше відхилення або розкид даних.

Дуже часто замість дисперсії для виявлення розкиду даних щодо середньої арифметичної величини використовують похідну від дисперсії величину — *стандартне (або вибіркове) відхилення* (σ). Воно дорівнює квадратному кореню від дисперсії. Ця величина в ряді випадків виявляється більш зручною характеристикою варіювання, ніж дисперсія, так як виражається в тих же одиницях, що і середня арифметична величина.

Визначають стандартне відхилення від середнього за формулою (2.6):

$$\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{\sum f_i (x_i - M_x)^2 / n}, \quad (2.6),$$

Для того, щоб більш точно оцінити стандартне відхилення для малих вибірок (з числом елементів менше 30), в знаменнику формули під коренем треба використовувати не n , а $n-1$ (формула 2.7):

$$\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{\sum f_i (x_i - Mx)^2 / n - 1}, \quad (2.7)$$

Найбільш зрозуміло виявляється інтерпретація *стандартного відхилення* (σ) стосовно нормальної (чи приблизної до нормальної) кривої розподілу. На рис.2.3 по горизонтальній осі відкладені інтервали, які відповідні відхиленню даних в 1σ , 2σ і 3σ вправо і вліво від середнього значення (M). Відсоток випадків, що припадають на інтервал $M + 1\sigma$ при нормальному розподілі даних дорівнює 34,13. Оскільки крива симетрична, 34,13% показників припадає на інтервали від M до -1σ , так що діапазон $M \pm 1\sigma$ охоплює 68,26% випадків. Майже всі показники (99,72%), лежать на інтервалі $M \pm 3\sigma$ щодо середнього значення.

Згідно закону Гауса для наближено до нормального розподілу вибірки, значення в межах стандартного відхилення від середнього складають приблизно 68 % вибірки; у межах двох стандартних відхилень близько 95 %; в межах трьох стандартних відхилень близько 99,7 % (див. Рис.2.3).

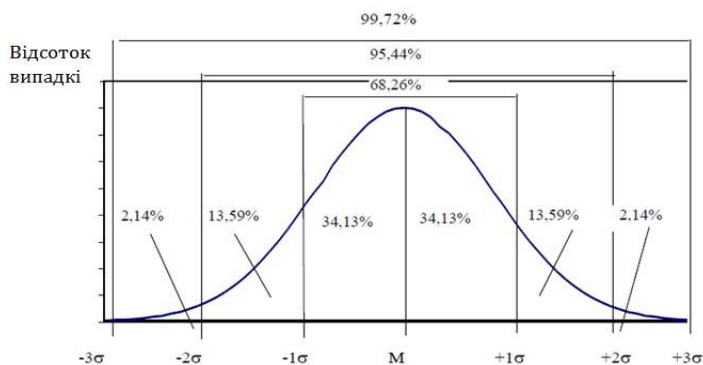


Рис.2.3 Крива нормального розподілу для різних значень σ

Більшість розподілів первинних результатів дослідження ближче до нормального розподілу, ніж до будь-якого іншого.

Стандартом розподілів вважають нормальний розподіл із нульовою асиметрією та ексцесом, проте на практиці цього не завжди досягають.

Емпіричний розподіл завжди буде дещо відрізнятись від ідеального (теоретичного). Для врахування цих відхилень застосовують міри зсуву: асиметрію, ексцес та коефіцієнт варіації.

Асиметрія (A) характеризує ступінь несиметричності розподілу відносно його середнього (рис. 2.4). Позитивна асиметрія (рисунок 2.4б) вказує на відхилення вершини розподілу вправо, негативна (рис. 2.4в) – відхилення вліво.

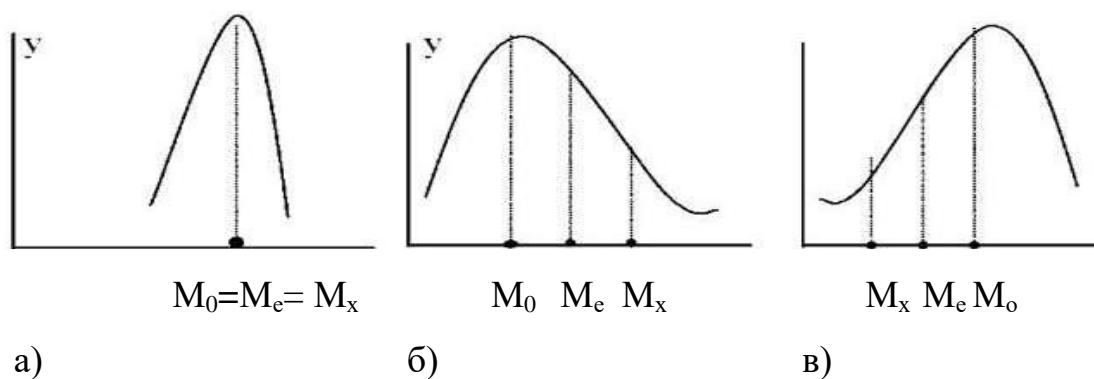


Рис.2.4 Форми розподілу при різних значень асиметрії

У разі симетричного розподілу (рисунок 2.4а) середнє арифметичне, мода і медіана рівні між собою. Для асиметричних кривих ці статистичні величини неоднакові, причому середнє арифметичне і медіана зміщені від центра в бік довшої гілки кривої. Оскільки середнє арифметичне (M_x) "чутливе" до "точного" положення більш віддалених від моди (M_0) точок кривої, а медіана (M_e) "нечутлива", то середнє (M_x) зрушене більше, ніж медіана (M_e). У цьому випадку медіана розміщена між модою і середнім арифметичним.

Для симетричного (нормального) розподілу показників коефіцієнт асиметрії дорівнює 0 ($A=0$), асиметричні криві зі зміщенням вправо $A>0$, асиметричні криві зі зміщенням вліво $A<0$.

Коефіцієнт асиметрії (A) розраховують за формулою (2.8):

$$A = \frac{\sum f_i (x_i - M_x)^3}{n\sigma^3} \quad (2.8)$$

де: x_i – значення варіант вибірки, f_i – частота варіант значень,

M_x – середнє арифметичне значення; n – обсяг вибірки.
 σ^3 -

Вагається, що криві з абсолютною величиною показника асиметрії

$A > \pm 0,5$ характеризуються значним зміщенням.

Якщо $A \pm 0,25$ – асиметрія незначна.

Ексцес (E) характеризує відносну опуклість або згладженість розподілу вибірки порівняно з нормальним розподілом. Позитивний ексцес позначає відносно загострений розподіл ($E > 0$), негативний – відносно згладжений ($E < 0$).

Для встановлення міри відхилення від нормального розподілу обчислюють показник ексцесу (E), що характеризує відхилення від нормального розподілу варіанта із виступанням (рис. 2.5б) або падінням (рис. 2.5в) вершини кривої розподілу. Якщо величина показника ексцесу $\pm 0,4$, криву вважають слабоексцесивною.

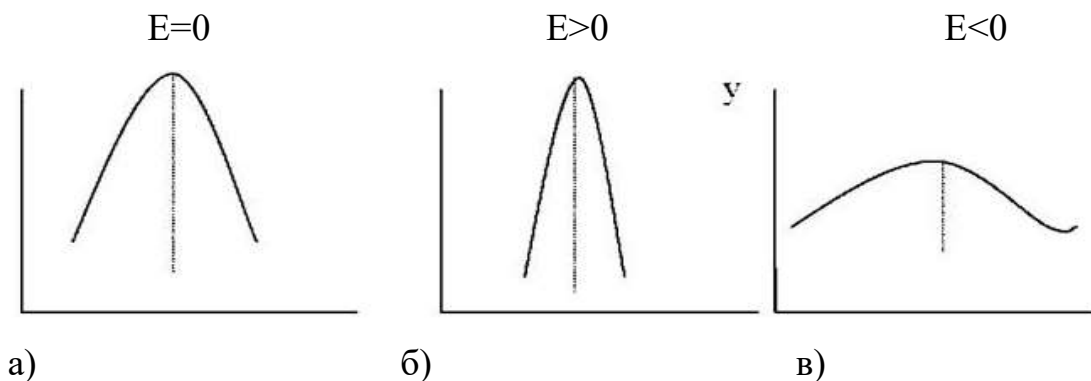


Рис.2.5 Форми розподілу при різних значень ексцесу

Коефіцієнт гостровершинності, або ексцес (E) можна виразити формулою:

$$E = \frac{\sum f_i (x_i - M_x)^4}{n\sigma^4} - 3 \quad (2.9)$$

Асиметрія та ексцес нормального розподілу мають дорівнювати нулю. Якщо вони суттєво відрізняються від нуля (хоча б один із двох параметрів), це означає що отриманий розподіл відрізняється від нормального.

Властивості нормального розподілу даних.

1. У нормальному розподілі всі міри центральної тенденції рівні між собою, тобто сходяться в одній точці на графіку ($M = M_e = M_o$).

2. У нормальному розподілі приблизно 99% всіх значень досліджуваної змінної знаходиться в межі $M \pm 3\sigma$. Відсотковий розподіл випадків на кривій нормального розподілу називають "законом трьох сігм" (див. Рис. 2.3).

3. Крива нормального розподілу має вигляд дзвона, вона симетрична (асиметрія відсутня, $A=0$) і не має надто гострою, або занадто плоскої вершини (ексцес відсутній, $E_x = 0$).

Проте, деякі множини даних можуть мати істотні розбіжності значень мір центральної тенденції: M_x ; M_o ; M_e (випадок ненормального розподілу вибірки)

Наприклад: за результатами діагностики цілепокладання у двох групах підлітків було побудовано криву розподілу даних (рис.2.6)

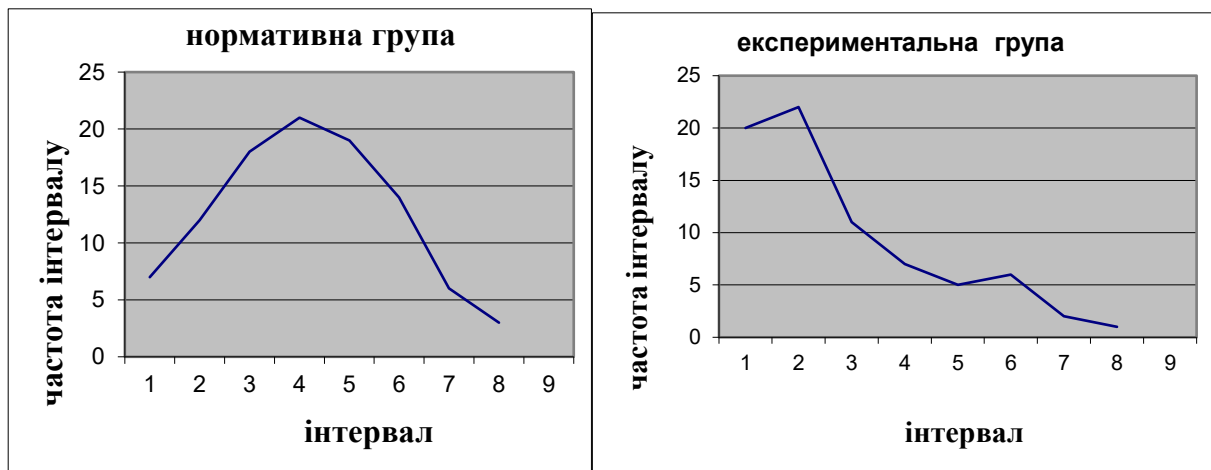


Рис.2.4 Розподіл показників цілепокладання у нормативній і експериментальній групі підлітків

Як видно на рис.2.4 в експериментальній групі ненормальний розподіл показників, тобто міри центральної тенденції не зберігаються.

У нормативній групі емпіричний розподіл показників відповідає закономірностям нормального розподілу: $M_x=4,14$; $M_o=4$; $M_e=4$; $\sigma=1,75$.

Характер розподілу даних необхідно враховувати при подальшій (вторинній) статистичній обробці результатів і вибору статистичних критеріїв.

РОЗДІЛ III ПОНЯТТЯ ТА ВИДИ СТАТИСТИЧНИХ КРИТЕРІЇВ

3.1 Загальні рекомендації щодо вибору статистичного критерію.

В межах виконання кваліфікаційних робіт методи математичної статистики використовуються для опрацювання експериментальних даних з метою підвищення обґрунтованості висновків і перевірки статистичної гіпотези (значущості) отриманих результатів емпіричного дослідження.

Для проведення математико статистичної обробки емпіричних даних необхідно визначити адекватний меті та завданням дослідження статистичний критерій.

Статистичний критерій – це строге математичне правило, за яким приймається або відкидається та або інша статистична гіпотеза, тобто визначається статистична достовірність. Статистичні критерії є або формулою для розрахунку числового показника, або спеціальним алгоритмом аналізу даних.

При виборі статистичного критерію для вирішення конкретної задачі необхідно відповісти на наступні питання:

1. Яка мета дослідження.

Досить часто в межах кваліфікаційної роботи стоїть задача виявлення відмінностей (або їхню відсутність) між двома чи трьома вибірками досліджуваних. *Наприклад, задача визначення психологічних особливостей стресостійкості жінок і чоловіків; особливостей прояву агресії в залежності від віку або статі; особливості навчальної мотивації студентів різних напрямків навчання тощо.* Крім того, досить часто буває необхідно доведення відмінностей (або їх відсутність) досліджуваних ознак в межах проведення формуючих експериментів, коли необхідно довести ефективність психокорекційної (розвивальної) програми, здійснюють порівняльний аналіз результатів експериментальної та контрольної груп до і після експерименту.

Виявлення відмінностей в рівні прояву ознаки дозволяють такі статистичні критерії: U-критерій Манна-Уїтні; H-критерій Крускала-Уолліса, S- критерій Джонкіра; t-критерій Стьюдента, F –критерій Фишера тощо.

Якщо метою дослідження є визначення взаємозв'язку між певними ознаками, то використовують кореляційний аналіз (коефіцієнт кореляції Пірсона, Спірмена або Кенделла). *Наприклад*, метою роботи є визначити взаємозв'язок між креативністю та рівнем інтелекту у дітей молодшого шкільного віку.

2. Якої тип вибірки:

- **залежні вибірки** - коли вимірювання проводяться у одних і тих же випробовуваних у різних видах діяльності та різних умовах, або до і після експериментального втручання (*наприклад*: дослідження рівня тривожності в групі підлітків до і після проведення психокорекції).

- **незалежні вибірки** – порівнюються результати дослідження за певним параметром двох різних груп (*наприклад*: дослідження рівня емпатії у студентів-психологів і студентів-філологів).

3. Кількість вибірок (емпіричних рядів), які необхідне порівняти.

4. Який обсяг вибірки (великі, малі, однакові чи різні за обсягом)

5. У яких шкалах і величинах отриманні емпіричні дані.

6. Який розподіл вибірки (нормальний розподіл чи ненормальний розподіл вибірки).

Для статистичних сукупностей, які мають нормальний тип розподілу, застосовуються *параметричні критерії* (t-критерій Стьюдента, F –критерій Фишера тощо), тобто використовує параметри цієї сукупності (середні арифметичні, дисперсії).

Непараметричні критерії (U-критерій Манна-Уїтні; H-критерій Крускала-Уолліса, G-критерій знаків; S-критерій Джонкіра, Q-критерій Розенбаума тощо) не базується на припущенні про нормальний тип розподілу сукупності (виборки) і не використовує параметри цієї сукупності, тобто

непараметричні критерії вільні від розподілу і застосовуються для статистичних сукупностей, які не мають нормального типу розподілу.

Слід зауважити, що при нормальному розподілі генеральної сукупності параметричні критерії мають більшу потужність в порівнянні з непараметричними. Потужність критерію – це його спроможність виявляти розбіжності, якщо вони є, тобто це здатність критерію відхиляти H_0 (про відсутність розбіжностей), якщо вона невірна.

3.2 Рекомендації щодо застосування непараметричних критеріїв.

Непараметричні критерії – це група статистичних критеріїв, які не включають в розрахунок параметри ймовірнісного розподілу і засновані на оперуванні частотами або рангами з використанням порядкових та інтервальних шкал.

Як показує практика, більшість даних, отриманих у психологічних дослідженнях, не розподілені нормально, тому використання параметричних критеріїв при аналізі результатів може привести до похибок у статистичних висновках. У цих випадках непараметричні критерії стають більш дієвими, тобто здатними з більшою достовірністю відкидати нульову гіпотезу.

Ці критерії можна віднести до однієї з наступних груп:

а) критерії відмінності між незалежними вибірками (U критерій Манна-Уїтні, двовибірковий критерій Колмогорова-Смірнова, ранговий дисперсійний аналіз Краскела-Уолліса);

б) критерії відмінності між залежними вибірками (критерій Вілкоксона парних порівнянь, G-критерій знаків, ранговий дисперсійний аналіз Фрідмана)

Розглянемо деякі із непараметричних критеріїв, що найбільш поширені при математико статистичної обробки результатів дослідження в психології.

3.2.1 Непараметричний статистичний критерій *U-Манна-Уїтні*.

U-критерій Манна-Уїтні — непараметричний статистичний критерій, що використовується для оцінки різниці між двома незалежними вибірками за рівнем будь-якої ознаки, виміряної якісно.

U-критерій Манна-Уїтні дозволяє виявити відмінності в значенні параметра між малими за обсягом вибірками. Застосувавши критерій Манна-Уїтні ми дізнаємося, наскільки статистично значимі відмінності між двома незалежними вибірками і, відповідно, наскільки впевнено можна робити висновки про ці відмінності. Також за допомогою цього критерію можна робити висновок про незначимість відмінностей між вибірками – це необхідно, наприклад, коли ми хочемо переконатися, що показники контрольної та експериментальної групи до експерименту не відрізняються, або хочемо довести, що показники однакові.

Обмеження застосованості критерію:

1. У кожній з вибірок повинно бути не менше 3 значень ознаки.
2. Допускається, щоб в одній вибірці були 2 значення, але в другій тоді не менше 5.
3. У вибіркових даних не повинно бути збігів значень (усі числа — різні) або таких збігів повинно бути дуже мало.

Алгоритм розрахунку *U-критерій Манна-Уїтні*

1. Обчисліть середні арифметичні для обох вибірок (M_{x1} та M_{x2})
2. Сформулюйте нульову (H_0) і альтернативну (H_1) статистичні гіпотези
 H_0 – відмінності між M_{x1} та M_{x2} випадкові (або їх взагалі не існує).
 H_1 – відмінності між M_{x1} та M_{x2} достовірні, значимі.
3. Дані обох груп об'єднайте у один ряд, розташували їх у порядку зростання.

Щоб не заплутатися, де яка група, дані однієї групи кодують 1, а другої групи – 2 або, якщо зручніше, А та В відповідно.

4. Значення об'єднаного ряду прорангуйте (присвойте кожному числу його ранг).

5. Знайдіть суми рангів для обох груп (R_1 та R_2).

6. Обчисліть значення (U) за формулою:

$$U = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_x \cdot (n_x + 1)}{2} - T_x, \quad (3.1)$$

де: n_1 – кількість досліджуваних у 1 групі,

n_2 - кількість досліджуваних у 2 групі,

n_x - кількість досліджуваних у групі з більшою ранговою сумою,

T_x - найбільша рангова сума.

7. За допомогою таблиці критичних значень критерію U-Манна-Уїтні. У комірці, що відповідає обсягам першої та другої вибірок (n_1 та n_2), знайдіть критичне значення U-критерія $U_{\text{крит}}$.

8. Порівняйте обчислене вами $U_{\text{емп}}$ та знайдене у таблиці $U_{\text{крит}}$.

Якщо $U_{\text{емп}} \leq U_{\text{крит}}$ приймається гіпотеза H_1 на рівні $p \leq 0,05$;

якщо $U_{\text{емп}} > U_{\text{крит}}$ – приймається гіпотеза H_0 .

Приклад. За допомогою U-критерій Манна-Уїтні визначемо відмінності (або їх відсутність) цінностей у двох групах підлітків: підлітки з повних сімей і підлітки із неповних сімей.

Сформулюємо гіпотезу:

H_0 - Відмінності між цінностями у підлітків, що виховуються в неповній сім'ї, не відрізняються від цінностей, підлітків із повної сім'ї.

H_1 - Відмінності між цінностями у підлітків, що виховуються в неповній сім'ї, відрізняються від цінностей підлітків із повної сім'ї.

Таблиця 3.1

Розрахунок статистично значимих відмінностей цінностей за U-критерієм Манна – Уїтні

Цінності	Підлітки з неповних сімей	Ранг	Підлітки з повних сімей	Ранг
Власний престиж	17,57	4	32,50	13
Матеріальне благополуччя	24,73	10	31,30	12
Креативність	12,30	1	24,90	11

Активні соціальні контакти	15,20	3	20,90	6
Саморозвиток	22,30	9	21,30	8
Досягнення	21,10	7	35,30	15
Духовне задоволення	15,0	2	33,20	14
Збереження власної індивідуальності	19,2	5	37,60	16
Сума рангів		41		95

Розрахунок U-критерієм Манна – Уїтні робимо за формулою 3.1

$$U = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_x \cdot (n_x + 1)}{2} - T_x, \quad (3.1)$$

де: n_1 – кількість досліджуваних у 1 групі,
 n_2 - кількість досліджуваних у 2 групі,
 n_x - кількість досліджуваних у групі з більшою ранговою сумою,
 T_x - найбільша рангова сума.

Розраховуємо $U_{\text{емп.}}$ підставляючи дані у формулу

$$U_{\text{емп.}} = (8 \cdot 8) + 8 \cdot (8 + 1) / 2 - 95 = 5$$

Визначаємо критичне значення $U_{\text{кр.}}$ у статистичних таблицях

$$U_{\text{кр.}} = (p \leq 0,05) = 15$$

$$U_{\text{кр.}} = (p \leq 0,01) = 9$$

Достовірність відмінностей тим вище, чим менше значення $U_{\text{емп.}}$

Якщо $U_{\text{емп.}} > U_{\text{кр.}}$, то приймається гіпотеза H_0 .

Якщо $U_{\text{емп.}} < U_{\text{кр.}}$, то приймається гіпотеза H_1 .

У даному випадку $U_{\text{емп.}} < U_{\text{крит.}}$

Отже, нулева гіпотеза відкидається, приймається гіпотеза H_1 , тобто відмінності цінностей підлітків, що виховуються в неповній сім'ї і підлітків із повної сім'ї статистично достовірні.

Розрахунок U-критерієм Манна – Уїтні можна зробити автоматично онлайн за посиланням: <http://vassarstats.net/utest.html>

3.2.2 Непараметричний статистичний критерій Н- Краскела-Уолліса.

Н-критерій Краскела-Уолліса є модифікацією U-критерію Манна-Уїтні на випадок багатьох вибірок, використовується для оцінки відмінностей між трьома або більше (до 7) даними незалежних вибірок.

Н- критерій Краскела-Уолліса є ранговим, тому він інваріантний по відношенню до будь-якого монотонного перетворення шкали вимірювання.

Н-критерій Краскела-Уолліса Статистичні гіпотези формулюються так.

H_0 : рівні досліджуваної ознаки у всіх вибірках статистично не відрізняються один від одного.

H_1 : Рівні досліджуваної ознаки у вибірках істотно відрізняються.

Можливості та обмеження застосування критерію:

1. Критерій застосовується на малих за обсягом вибірках.
2. У групах може бути як однакове, так і різне число досліджуваних.
3. Якщо груп 3, то максимальне число досліджуваних у кожній групі 5.
4. Якщо в першій групі 3 досліджуваних, а у двох інших групах по 2, то відмінності можуть бути встановлені лише на 5% рівні значущості.

Формула (3.2) розрахунку Н- критерій Краскела — Уолліса

$$H = \left[\frac{12}{N(N+1)} \cdot \sum \frac{T_i^2}{n_j} \right] - 3(N+1) \quad (3.2)$$

де: N - загальна кількість досліджуваних в об'єднаній вибірці;

n_j - кількість досліджуваних у кожній групі;

T_i – квадрати сум рангів за кожною групою.

Отримане значення H_{emp} порівнюємо з табличними значеннями для $H_{0,05}$ і $H_{0,01}$.

Якщо H_{emp} дорівнює або перевищує критичне значення $H_{0,05}$, то H_0 відкидається, тобто відмінності є статистично достовірні.

Розрахунок Н- критерій Краскела-Уолліса можна зробити за допомогою комп'ютерної програми SPSS? автоматично онлайн за посиланням:

<https://www.eztests.xyz/criteria/kruskalwallis/>

3.2.3 Непараметричний *G*-критерій знаків для залежних вибірок.

Критерій знаків дає можливість виявити загальний напрямок зміни певних показників в одній групі (залежна вибірка) після експериментального впливу. Він дозволяє виявити існування зсуву показників та його напрямок, однак, не дозволяє встановити інтенсивність зсуву.

G-критерій знаків дуже простий у використанні і належить до методів непараметричної статистики, тому його використання до великих вибірок обмежене. Критерій знаків застосовують до даних, отриманих у ранговій, інтервальній шкалах та шкалі відношень тільки у залежних (зв'язаних) вибірках.

Критерій знаків достатньо простий для обчислення і передбачає лише встановлення знаку відмінностей між парами порівнюваних величин досліджуваної ознаки до та після впливу. Після підсумовування кількості позитивних та негативних зсувів визначають їх співвідношення, яке порівнюють із критичним значенням.

Вплив чинника вважають статистично достовірним, якщо розбіжності перевищують критичне значення. Якщо в експериментальних даних є нульові зсуви (досліджувана ознака не змінюється під впливом чинника), такі результати виключають із розгляду, а кількість спостережень n зменшують на кількість нульових зсувів.

Приклад: визначити, чи сприяв проведений тренінг підвищенню показників за досліджуваною ознакою. Результати, отримані до та після експериментального впливу, наведено в таблиці 3.2.

За допомогою критерію знаків з'ясуємо, чи сталися зміни в групі до і після експериментального впливу.

1. Висунемо статистичні гіпотези:

H_0 – відмінності показників після тренінгу випадкові і не значимі.

H_1 – відмінності показників після тренінгу достовірні, значимі.

2. Визначимо «зсув», тобто різницю між показниками кожного учасника «після» та «до» участі у тренінгу (див. табл. 3.2).

Таблиця 3.2

Результати діагностики до і після експериментального впливу

№ учасника	Показники досліджуваної ознаки		Зсув
	До участі у тенінгу	Після участі у тренінгу	
1.	3	8	+5
2	5	8	+3
3	5	9	+4
4	8	9	+1
5	6	7	+1
6	4	8	+4
7	8	9	+1
8	3	3	0
9	5	6	+1
10	5	8	+3

Обчислимо загальну кількість нульових, позитивних і негативних зсувів: нульових зсувів - 1, позитивних зсувів - 9, негативних зсувів немає.

Як вказано вище, враховують суми лише позитивних і негативних зсувів, а нульові зсуви не враховують.

Суму зсувів, яка виявилася найбільшою, незалежно від того, позитивні зсуви чи негативні, називають *типовим зсувом* і позначають літерою *n*.

Типовий зсув використовують під час роботи з таблицею критичних значень для критерію знаків *G*, в якій наводять критичні величини 5% і 1% рівнів значущості.

Суму зсувів, яка виявилася найменшою, називають *нетиповим зсувом* і позначають *G_{emп}*. Нетиповий зсув *G_{emп}* вказують на осі значущості.

Якщо загальна кількість позитивних і негативних зсувів однакова, то критерій *G*-знаків застосовувати не можна. У цих випадках застосовують інші критерії, наприклад *T*-критерій Вілкоксона.

Для даного прикладу типовий зсув $n = 9$, а нетиповий $G_{emp} = 0$.

Для оцінювання статистичної достовірності зсуву знаходимо критичні значення критерію G -знаків для $n = 9$:

критичні значення $G_{0,05} = 1$, $G_{0,01} = 0$

емпіричне значення $G_{emp} = 0$.

Достовірність відмінностей тим вище, чим менше значення G_{emp}

Якщо $G_{emp} > G_{0,05}$, то приймається гіпотеза H_0 .

Якщо $G_{emp} < G_{0,01}$, то приймається гіпотеза H_1 .

У даному випадку $G_{emp} \leq G_{0,01}$

Отже, у нашому прикладі отримане G_{emp} збіглося з критичним значенням зони значущості $G_{0,01} = 0$. Отже, відхиляємо гіпотезу H_0 та приймаємо гіпотезу H_1 : зсув показників після тренінгу не випадковий і є статистично значущим на рівні $p = 0,01$. Таким чином, проведений тренінг статистично достовірно сприяв підвищенню показників за досліджуваною ознакою.

Обчислення критерію знаків G за можна зробити автоматично онлайн, за допомогою комп'ютерної програми SPSS.

3.3 Рекомендації щодо застосування параметричних критеріїв.

Параметричні критерії – критерії, що засновані на нормальному розподілі генеральної сукупності використовують параметри цієї сукупності (середні, дисперсії тощо). Це t -критерій Стьюдента, F -критерій Фішера.

Для порівняння вибірових середніх величин, які належать до двох сукупностей даних, і для вирішення питання про те, чи відрізняються середні значення статистично достовірно один від одного, використовують t -критерій Стьюдента.

Критерій t -Стьюдента використовується у трьох випадках:

1) порівняння середніх показників двох залежних вибірок (t -критерій для залежних вибірок);

2) порівняння середніх показників двох незалежних вибірок (t-критерій для незалежних вибірок);

3) порівняння середнього показника однієї вибірки із певною заданою величиною (t-критерій для однієї вибірки).

Критерій Стьюдента вимагає дотримання двох вимог:

- а) відповідності числових даних параметрам нормального розподілу;
- б) рівності дисперсії двох вибірок, які порівнюються між собою.

Алгоритм застосування t-критерію Стьюдента:

1. Перевірка нормальності розподілу даних у вибірках, що порівнюються.
2. Перевірка рівності (гомогенності) дисперсії незалежних вибірок або перевірка наявності прямого кореляційного зв'язку між залежними вибірками.
3. Власне обчислення t-критерію (схема обчислення критерію різниться залежно від того, порівнюються залежні чи незалежні вибірки; однаковий чи різний обсяг вибірок).
4. Порівняння отриманого емпіричного значення t-критерію із критичним табличним значенням і висновок про підтвердження чи спростування нульової гіпотези про відсутність відмінностей.

Обчислення t-критерію Стьюдента

Перевірка нормальності розподілу даних у вибірках, що порівнюються. На нормальність перевіряють обидві вибірки. Для цього розраховують для кожної вибірки емпіричні значення асиметрії та ексцесу та порівнюють їх із критичними значеннями (див. 2.3).

Емпіричне значення асиметрії розраховується за такою формулою:

$$A = \sum f_i (x_i - M_x)^3 / n\sigma^3 \quad (2.8)$$

Формула для емпіричної величини ексцесу має такий вигляд:

$$E = \sum f_i (x_i - M_x)^4 / n\sigma^4 - 3 \quad (2.9)$$

Розрахунок стандартного відхилення роблять за формулою:

$$\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{\sum f_i (x_i - M_x)^2 / n - 1}, \quad (2.7)$$

У всіх формулах: n – обсяг вибірки, x_i – значення варіант вибірки,

f_i – частота варіант значень, M_x – середнє арифметичне значення.

Асиметрія та ексцес нормального розподілу мають дорівнювати нулю. Якщо вони суттєво відрізняються від нуля (хоча б один із двох параметрів), це означає що отриманий розподіл відрізняється від нормального.

Якщо $A \pm 0,25$ – асиметрія незначна, Якщо величина показника ексцесу $E \pm 0,4$, криву вважають слабоексцесивною. У нормальному розподілі приблизно 99% всіх значень досліджуваної змінної знаходиться в межі $M_x \pm 3\sigma$.

Перевірка нормальності розподілу є обов'язковою процедурою для t-критерію Стьюдента, оскільки він був розроблений виключно для аналізу даних, розподілених нормально. Якщо перевірка нормальності розподілу даних дала негативний результат необхідно скористайтеся непараметричними критеріями.

3.3.1 t – критерій Стьюдента для незалежних (незв'язаних) вибірок.

Незв'язаний (непарний) t – критерій Стьюдента— призначений для перевірки рівності середніх значень у двох вибірок, коли необхідно з'ясувати, чи є відмінності між оцінками, що отримані при використанні того ж самого тесту для дослідження двох груп, сформованих з різних людей. *Наприклад, це може бути порівняння рівня інтелекту (чи тривожності) встигаючих і невстигаючих учнів або порівняння за цими ознаками учнів різних класів, різних вікових груп, соціальних рівнів тощо.*

Формальним критерієм незалежності вибірок є відсутність кореляції між ними. З точки зору змісту – незалежними є ті вибірки, між якими не можна виявити жодних зв'язків. Головна перевага t - критерію – можливість застосування для порівняння середніх значень у двох незв'язаних вибірок як рівного так і різного обсягу. Вимірювання можуть бути проведено в шкалі інтервалів або в шкалі відношень.

Обчислення t-критерію Стьюдента для незалежних вибірок здійснюють за таким алгоритмом:

1. Формулюють статистичні гіпотези:

H_0 – відмінності між M_{x1} та M_{x2} випадкові і незначимі.

H_1 – відмінності між M_{x1} та M_{x2} достовірні, значимі.

2. Обчислюють емпіричне значення t-критерію ($t_{\text{емп}}$) за формулою (3.3):

$$t = \frac{|M_1 - M_2|}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{N_1} + \frac{\sigma_2^2}{N_2}}} \quad (3.3)$$

де: M_1, M_2 – середнє арифметичне двох вибірок,

σ_1, σ_2 – стандарте відхилення,

N_1, N_2 - обсяг вибірок

3. визначаємо число ступенів свободи (k),

$k = n_1 + n_2 - 2$, де n_1, n_2 – обсяг вибірки.

4. Врахувавши число ступенів свободи (k), за таблицею критичних значень t-критерія Стьюдента, знаходять $t_{\text{крит}}$ і порівнюють із отриманим значенням $t_{\text{емп}}$:

- якщо $t_{\text{емп}} \geq t_{\text{табл}}$ – приймають гіпотезу H_1 , відмінності значимі, достовірні;

- якщо $t_{\text{емп}} < t_{\text{табл}}$ – приймають гіпотезу H_0 , відмінності незначимі, випадкові.

Приклад. Досліджувалось стесостійкість в групі жінок (9 осіб) і групі чоловіків (8 осіб). Необхідно визначити наявність відмінностей показників стресостійкості у жінок та чоловіків.

1. Висуємо статистичні гіпотези:

H_0 – відмінності показників стресостійкості жінок і чоловіків не значимі.

H_1 – відмінності показників стресостійкості жінок і чоловіків значимі.

2. Отримані результати представимо в таблиці та проведемо необхідні обчислення (таблиця 3.3)

Таблиця 3.3

Результати діагностики стресостійкості жінок і чоловіків

№	Група чоловіків			Група жінок		
	X_1	$X_1 - M_{x1}$	$(X_1 - M_{x1})^2$	X_2	$X_2 - M_{x2}$	$(X_2 - M_{x2})^2$
1.	58	-6	36	50	-3	9
2.	69	5	25	56	3	9

3.	70	6	36	42	-11	121
4.	62	-2	4	60	7	49
5.	64	0	0	58	5	25
6.	56	-8	64	53	0	0
7.	68	4	16	49	4	16
8.	63	-1	1	58	5	25
9.				47	-6	36
	$M_{x1}=64$		$\Sigma=182$	$M_{x2}=53$		$\Sigma=290$

3. Проводимо розрахунок стандартного відхилення підставляючи дані у формулу (2.7)

$$\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{\sum f_i (x_i - M_x)^2 / n - 1}, \quad (2.7)$$

$$\sigma^2_{x1} = 182/7 = 26; \quad \sigma^2_{x2} = 290/8 = 36$$

4. Проводимо розрахунок $t_{емп}$: підставляючи дані у формулу (3.3)

$$t = \frac{|M_1 - M_2|}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{N_1} + \frac{\sigma_2^2}{N_2}}} \quad (3.3)$$

$$t_{емп} = \frac{64-53}{\sqrt{\frac{26}{8} + \frac{36}{9}}} = \frac{11}{2.6} = 4,09$$

5. визначаємо число ступенів свободи (k),

$$k = n_1 + n_2 - 2 = 8 + 9 - 2 = 15$$

4. За таблицею критичних значень t -критерія Стьюдента, знаходять $t_{крит}$ для ступеня свободи 15: $t_{0,05} = 2,131$; $t_{0,01} = 2,947$.

5. Порівнюємо отримане $t_{емп}$ з табличними значеннями $t_{крит}$

$$t_{емп} = 4,09 > t_{0,01} = 2,947,$$

Отже, відмінності показників стресостійкості жінок і чоловіків статистично значимі.

Таким чином, застосувавши t -критерій Стьюдента, ми дізнаємося, наскільки статистично значимі відмінності між двома вибірками і, відповідно,

наскільки впевнено можна робити висновки про достовірність цих відмінностей.

Розрахунок t-критерія Стьюдента, можна зробити за допомогою комп'ютерної програми SPSS та автоматично онлайн за посиланням <https://www.eztests.xyz/criteria/ttest/>

3.3.2 t – критерій Стьюдента для залежних (зв'язаних) вибірок.

Параметричний t – критерій Стьюдента для залежних (зв'язаних) вибірок критерій використовують для порівняння показників осіб одної групи до і після експериментального впливу (наприклад, для оцінки ефективності психокорекційної програми) або закінчення певного часу.

Зв'язаний (парний) t - критерій застосовують для порівняння показників двох груп, між елементами яких існує специфічний зв'язок. *Наприклад, порівнюють параметри одних і тих самих осіб до і після певної події або дії (наприклад, у процесі проведення лонгітюдного дослідження або формувального експерименту),*

Формальним критерієм залежності вибірок є наявність кореляції між ними. З точки зору змісту – залежними є ті вибірки, між членами якої яких можна встановити однозначну відповідність.

Алгоритм обчислення t-критерію Стьюдента для залежних вибірок:

1. Формуємо статистичні гіпотези:

H_0 – відмінності між M_{x1} та M_{x2} випадкові і незначимі, експеримент не вдався;

H_1 – відмінності між M_{x1} та M_{x2} достовірні, значимі, експеримент пройшов успішно.

2. Оскільки тут ми маємо справу із залежними вибірками, фактично – із парами значень, то одиницею аналізу є різниця між цими парами значень. Саме тому спершу слід обчислити різниці між усіма парами значень $d=x_1-x_2$.

3. Емпіричне значення t-критерію ($t_{\text{емп}}$) для залежних (зв'язаних) вибірок розраховуємо за формулою (3.4):

$$t_{\text{емп}} = \frac{\sum d}{\sqrt{\frac{n\sum d^2 - (\sum d)^2}{n-1}}} \quad (3.4)$$

де, n- обсяг вибірки; d – різниця між парами значень

4. Визначаємо число ступенів свободи (k), $k = n - 1$

5. Порівнюємо отримане $t_{\text{емп}}$ з табличними значеннями $t_{\text{крит}}$ враховуючи відповідне число ступенів свободи.

- якщо $t_{\text{емп}} \geq t_{0,01}$ – приймають гіпотезу H_1 , відмінності значимі, достовірні;

- якщо $t_{\text{емп}} < t_{0,005}$ – приймають гіпотезу H_0 , відмінності незначимі, випадкові.

Приклад: Необхідно визначити, чи сприяв проведений формуючий експеримент підвищенню показників за досліджуваною ознакою. Результати, отримані до та після експериментального впливу, наведено в таблиці 3.4.

За допомогою t-критерію Стьюдента для залежних вибірок з'ясуємо, чи сталися зміни в групі до і після експериментального впливу.

1. Висунемо статистичні гіпотези:

H_0 – відмінності показників після експериментального впливу випадкові і не значимі.

H_1 – відмінності показників після експериментального впливу достовірні, значимі.

2. Отримані результати представимо в таблиці та проведемо необхідні обчислення (таблиця 3.4)

Таблиця 3.4

Результати діагностики до і після експериментального впливу

№	Результати до експерименту	Результати після експерименту	d	d^2
1.	19	21	2	4
2.	10	8	-2	4
3.	12	13	1	1
4.	13	11	2	4

5.	17	20	3	9
6.	14	12	--2	4
7.	17	15	--2	4
8.	15	17	2	4
9.	14	15	1	1
10.	15	15	0	0
11.	17	18	1	1
12.	15	16	1	1
13.	18	15	--3	9
14.	19	19	0	0
15.	22	25	3	9
			$\Sigma=3$	$\Sigma=55$

3. Проводимо розрахунок $t_{емп}$: підставляючи дані у формулу (3.4)

$$t_{емп} = \frac{\Sigma d}{\sqrt{\frac{n\Sigma d^2 - \Sigma d^2}{n-1}}} \quad (3.4)$$

$$t_{емп} = \frac{3}{\sqrt{(15 \cdot 55 - 9)/15-1}} = \frac{3}{\sqrt{825-9/14}} = 0,39$$

4. Визначаємо число ступенів свободи (k),

$$k = n - 1 = 15 - 1 = 14$$

4. За таблицею критичних значень t-критерія Стьюдента, знаходять $t_{крит}$ для ступеня свободи 14: $t_{0,05} = 2,14$; $t_{0,01} = 2,98$.

5. Порівнюємо отримане $t_{емп}$ з табличними значеннями $t_{крит}$

$$t_{емп} = 0,39 < t_{0,05} = 2,14$$

Отже, приймаємо гіпотезу H_0 відмінності показників досліджуваної ознаки після проведення формуючого експерименту статистично незначущі.

Розрахунок t-критерія Стьюдента, можна зробити за допомогою комп'ютерної програми SPSS та автоматично онлайн за посиланням <https://www.eztests.xyz/criteria/ttest/>

3.4 Багатофункціональний ϕ -критерій Фішера (кутове перетворення)

Багатофункціональні статистичні критерії – це критерії, які можуть застосовуватися як для залежних, так і для незалежних вибірок, також вони не мають обмежень щодо шкал вимірювання.

Багатофункціональні статистичні критерії можуть застосовуватися для порівняння вибірок:

- за якісними ознаками;
- за кількісно вимірюваною ознакою;
- за рівнем прояву і розподілом ознаки.

Найчастіше у практиці психологічних досліджень використовують багатофункціональний ϕ -критерій Фішера (кутове перетворення).

Багатофункціональний ϕ -критерій Фішера (кутове перетворення) - призначено для зіставлення двох вибірок по частоті прояву досліджуваного явища (якості).

Обмеження щодо застосування ϕ -критерій

1. Жодна з порівнюємих даних не повинна бути рівною нулю.
2. Верхня межа в критерії відсутня - вибірки можуть бути як завгодно великими і різними за обсягом
3. Нижня межа - 3 значення в одній з вибірок. Однак слід дотримуватися таких співвідношення у чисельності двох вибірок:

б) якщо в одній з вибірок всього 3 значення, то в другій повинно бути не менше 7:

в) якщо в одній з вибірок всього 4 значення, то в другій повинно бути не менше 5.

Алгоритм розрахунку ϕ -критерій Фішера

1. Визначити значення ознаки, які будуть критерієм розподілу досліджуваних на тих, що мають «ефект», і тих, хто немає «ефекту» (*наприклад, прояв високого рівня тривожності*)
2. Перевірити, чи виконуються умови застосування критерію ϕ .

3. Визначити відсоткові частки досліджуваних, у яких «ефект є» (наприклад, відсоткова частка досліджуваних із високим рівнем тривожності) .

4. Сформулювати основну і альтернативну гіпотези:

H_0 : частка тих, хто має досліджуваний ефект, у вибірці 1 не більша, ніж у вибірці 2;

H_1 : частка тих, хто має досліджуваний ефект, у вибірці 1 більша, ніж у вибірці 2.

5. За таблицею визначити кути φ_1 та φ_2 для порівнюваних відсоткових часток.

6. Обчислити емпіричне значення $\varphi_{\text{емп.}}$ за формулою (3.5)

$$\varphi_{\text{емп.}} = |\varphi_1 - \varphi_2| \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}} \quad (3.5)$$

де, n_1 ; n_2 – обсяг відповідно першої та другої вибірки;

φ_1 ; φ_2 - відсоткові частки прояву досліджуваної ознаки у кожній вибірці

7. Порівняти значення отриманого $\varphi_{\text{емп.}}$ з критичними значеннями відповідного рівня значущості.

Якщо рівень значущості отриманого $\varphi_{\text{емп.}} > \varphi_{0,01} = 2,28$ - гіпотеза H_0 відхиляється і приймається гіпотеза H_1 , тобто частка тих, хто має досліджуваний ефект, у вибірці 1 більша, ніж у вибірці 2, отже різниця у прояві досліджуемого психічного явища (процесу) у першій вибірці статистичне значуща в порівнянні з другою вибіркою.

Якщо рівень значущості отриманого $\varphi_{\text{емп.}} < \varphi_{0,05} = 1,64$ – приймається гіпотеза H_0 , тобто частка тих, хто має досліджуваний ефект, у вибірці 1 не більша, ніж у вибірці 2; отже різниця у прояві досліджуемого психічного явища (процесу) у першій вибірці в порівнянні з другою вибіркою - статистичне незначуща і є випадковою.

Приклад: При дослідженні локусу контролю в двох групах підлітків було визначено, що із 20 підлітків з нормативною поведінкою (група 1) інтернальний локус контролю характерний для 12 підлітків, а у 18 підлітків з девіантною поведінкою (група 2) інтернальний локус контролю діагностовано у 3 підлітків.

Чи можна вважати, що різниця локусу контролю у підлітків з нормативною і девіантною поведінкою є достовірною.

Рішення: За допомогою ϕ -критерій Фішера (кутове перетворення) з'ясуємо, чи відсоткові частки підлітків з інтернальним локусом контролю у групі 1 та групі 2 статистично значущі, достовірні.

1. Визначаємо відсоткові частки підлітків з інтернальним локусом контролю у групі 1 і у групі 2.

$$\phi_1 = \frac{12}{20} \cdot 100\% = 60,0\% - \text{підлітків з інтернальним локусом контролю у групі 1}$$

$$\phi_2 = \frac{3}{18} \cdot 100\% = 16,67\% - \text{підлітків з інтернальним локусом контролю у групі 2.}$$

2. Висуємо статистичні гіпотези:

H_0 : різниця у частки підлітків з інтернальним локусом контролю у групі 1 і у групі 2 випадкові і не значимі.

H_1 : різниця у частки підлітків з інтернальним локусом контролю у групі 1 і у групі 2 достовірні, значимі.

5. За таблицею визначаємо кути ϕ_1 та ϕ_2 для порівнюваних відсоткових часток. $\phi_1 (60,0\%) = 1,772$; $\phi_2 (16,67\%) = 0,842$

6. Обчислити емпіричне значення $\phi_{\text{емп.}}$ за формулою (3.5)

$$\phi_{\text{емп.}} = |\phi_1 - \phi_2| \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}} = (1,772 - 0,842) \cdot \sqrt{\frac{20 \cdot 18}{20 + 18}} = 2,86$$

7. Порівняти значення отриманого $\phi_{\text{емп.}}$ з критичними значеннями відповідного рівня значущості.

$\phi_{\text{емп.}} = 2,86 > \phi_{0,01} = 2,28$ - гіпотеза H_0 відхиляється і приймається гіпотеза H_1 , тобто розбіжності інтернальності обох груп є статистично значимими.

Отже, на підставі результатів емпіричного дослідження можна зробити висновок, що підлітки з девіантною поведінкою відрізняються низким рівнем інтернальності.

Розрахунок ϕ -критерія, можна зробити за допомогою комп'ютерної програми SPSS та автоматично онлайн за посиланням:

https://www.eztests.xyz/criteria/fisher_angular_transformation/

РОЗДІЛ IV МІРИ ЗВ'ЯЗКУ, КОЕФІЦІЄНТИ КОРЕЛЯЦІЇ

4.1 Поняття та види кореляційних зв'язків.

Метою багатьох психологічних досліджень є пошук зв'язку між явищами (змінними), *наприклад*, чи пов'язані між собою інтелект та вік людини, чи є зв'язок між мотивацією досягнення особистості та агресивною поведінкою, чи зв'язані активність підлітків та їх статус у групі, чи існує взаємозв'язок між креативністю та рівнем інтелекту у молодшому шкільному віці. Ці та багато інших питань пов'язані із задачею пошуку зв'язку.

Другою поширеною метою психологічних досліджень є виявлення впливу. *Наприклад*, необхідно визначити чи впливає – мотивація досягнення на рівень агресії чи агресія на мотивацію досягнення? Чи призводить підвищена активність підлітків до зростання їх статусу у групі, чи навпаки, підвищення статусу впливає на зростання рівня активності? Чи впливає тривожність на шкільну дезадаптацію у молодшому шкільному віці. Це приклади типових задач, що пов'язані з виявлення напрямку та форми впливу явищ одне на одне.

Вважається, що дві чи більше змінних пов'язані між собою, коли їх значення розподілені узгоджено – коли систематично зміна однієї змінної в певному напрямку супроводжується зміною іншої змінної в іншому напрямку. Так, коли зростання рівня втоми супроводжується зростанням кількості помилок, говорять про існування прямого зв'язку між цими явищами. З іншого боку, між явищами може бути обернений зв'язок, коли, *наприклад*, збільшення часу роботи за комп'ютером супроводжується зменшенням кількості правильних операцій.

Зв'язок між змінними може бути двох типів – функціональний та статистичний. *Функціональний зв'язок* – одному значенню однієї змінної відповідає лише одне значення іншої змінної. *Статистичний зв'язок* – одному значенню однієї змінної може відповідати декілька значень другої змінної.

Функціональний зв'язок є математично наближеним способом описання зв'язку між реальними процесами. Статистичний зв'язок відображає реальну картину цього зв'язку, однак, не дає можливості її узагальнення.

Для визначення зв'язку між змінними будують графік розсіювання (рис.4.1). На осі абсцис відзначають значення незалежної змінної (x), на осі ординат – значення залежної змінної (y). На рис. 4.1 відображено різне розташування змінних: а) зв'язок між y та x відсутній; б) зв'язок - лінійний, спадний; в) зв'язок - лінійний, зростаючий

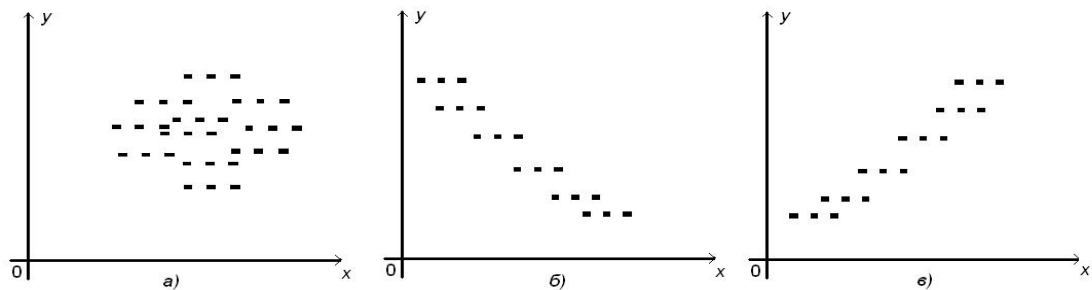


Рис. 4.1 Графік розсіювання.

Міри зв'язку виявляють співвідношенням, як правило, між двома змінними, які виміряні на одній вибірці. Ці зв'язки визначають через обчислення коефіцієнтів кореляції.

Кореляційний аналіз — це метод статистичної оцінки форми, знака та тісноти зв'язку досліджуваних ознак або факторів, який дає змогу за обмежений час отримати безліч даних для значного числа досліджуваних.

Кореляційний аналіз для двох випадкових величин складається з:

- побудови кореляційного поля і складання кореляційної таблиці;
- обчислення вибірових коефіцієнтів кореляції і кореляційних відносин;
- перевірки статистичної значущості зв'язку.

Основне призначення кореляційного аналізу – виявлення зв'язку між двома або більше досліджуваними змінними, яка розглядається як спільна узгоджена зміна двох досліджуваних характеристик.

Силу (тісноту) зв'язку визначають абсолютною величиною кореляції r (змінюється від 0 до 1). Ступінь зв'язку між ознаками виражають коефіцієнтом кореляції і позначають r . Коефіцієнт кореляції є відносною мірою зв'язку між двома факторами. Значення його лежать в межах від -1 до +1, тобто $-1 \leq r \leq 1$.

Після проведення розрахунків дослідник, як правило, відбирає тільки найбільш сильні кореляції, які в подальшому інтерпретуються:

- • сильний або тісний зв'язок якщо $r \geq 0,7$;
- • середній зв'язок якщо $0,5 \leq r < 0,7$;
- • помірний зв'язок якщо $0,3 \leq r < 0,5$;
- • слабкий зв'язок якщо $0,2 \leq r < 0,3$;
- • дуже слабкий зв'язок якщо $r < 0,2$.

Критерієм для відбору «досить сильних» кореляцій може бути як абсолютне значення самого коефіцієнта кореляції так і відносна величина цього коефіцієнта, яка визначається за рівнем статистичної значущості (від 0,01 до 0,1), який залежить від розміру вибірки. У малих вибірках для подальшої інтерпретації коректніше відбирати сильні кореляції на підставі рівня статистичної значущості. Для досліджень, які проведені на великих вибірках, краще використовувати абсолютні значення коефіцієнтів кореляції.

Вибір методу обчислення коефіцієнта кореляції, в першу чергу, залежить від:

- типу шкали, в якій виміряні змінні (номінальна, рангова, інтервальна, абсолютна);
- виду нормальності розподілу даних.

За напрямком зв'язку визначають **позитивну (пряму) кореляцію** та **негативну (зворотна) кореляція**.

Позитивна (пряма) кореляція $r > 0$ - це зв'язок між змінними, коли зростання однієї з них супроводжується зростанням іншої (*наприклад, більші високі люди як правило мають більшу вагу, високий рівень тривожності і шкільна дезадаптація*).

Негативна (зворотна) кореляція $r < 0$ - це зв'язок між змінними, коли зростання однієї змінної супроводжується зменшенням іншої (наприклад, збільшення рівня тривожності зворотно впливає на успішність навчання).

При визначенні форми зв'язку кореляційний аналіз дає можливість розглянути її лінійність або нелінійність. Проте він неспроможний вирішити проблему, пов'язану з можливою інтерпретацією залежності, що існує між змінними. Наприклад, за наявності кореляційної залежності між двома змінними є ймовірність важкого вирішення, яка з них причина, а яка наслідок. До того ж може виявитися, що насправді причинного зв'язку між ними взагалі немає (вони можуть бути причинно-залежними від певної третьої змінної, не зафіксованої у дослідженні).

4.2 Коефіцієнт лінійної кореляції Пірсона.

Коефіцієнт лінійної кореляції Пірсона застосовується для дослідження взаємозв'язку двох змінних, виміряних у метричних шкалах на одній і тій же вибірці. Він дозволяє визначити, наскільки пропорційна мінливість двох змінних.

Сам коефіцієнт характеризує наявність тільки лінійного зв'язку між ознаками. Коефіцієнт лінійної кореляції є параметричним методом і його коректне застосування можливо тільки в тому випадку, якщо дані двох змінних (x_i та y_i) відрізняється від нормального виду в незначній мірі.

Застосування коефіцієнта кореляції r-Пірсона:

- кількісні дані двох змінних (X_i та Y_i) наближені до нормального розподілу;

- визначення взаємозв'язку двох зв'язаних змінних, тобто отриманих на одній і тій же вибірці.

- змінні отримані в інтервальній шкалі або шкалі відносин.

- кількість значень досліджуваних змінних X_i та Y_i має бути однаковим

$$n_1 = n_2;$$

- кількість значень досліджуваних змінних X_i та Y_i від 5 до 100.

При обробці даних «вручну» необхідно обчислити коефіцієнт кореляції за формулою (4.1), а потім визначити р-рівень значущості (з метою перевірки даних користуються таблицями критичних значень, які складені для цього критерію).

Коефіцієнт лінійної кореляції r -Пірсона розраховуємо за формулою (4.1)

$$r = \frac{\sum (X_i - M_x) \cdot (Y_i - M_y)}{\sqrt{\sum (X_i - M_x)^2 \cdot \sum (Y_i - M_y)^2}} \quad (4.1)$$

де: X_i та Y_i значення змінних, M_x та M_y – середнє арифметичне значення.

Отримане значення коефіцієнта лінійної кореляції перевіряють на статистичну значущість для числа степеней свободи $k=n-2$, де n – обсяг вибірки.

Для статистичного рішення про прийняття або відхилення H_0 зазвичай встановлюють $r_{0,05}$, а для великого обсягу вибірки досліджуваних $r_{0,01}$

Якщо $r_{\text{емп.}} > r_{0,01}$, H_0 відхиляється і робиться змістовний висновок, що виявлений статистично достовірний (значущий) зв'язок між досліджуваними змінними (позитивний чи негативний в залежності від знака кореляції).

Якщо $r_{\text{емп.}} \leq r_{0,05}$, H_0 приймається, робиться змістовний висновок, що статистично достовірний зв'язок між досліджуваними змінними не виявлений.

Якщо зв'язок не виявлено, але є підстави вважати, що зв'язок насправді існує, слід перевірити можливі причини недостовірності зв'язок (це може бути вплив певної третьої змінної, не зафіксованої у дослідженні).

Приклад: *Вимірювався час виконання завдань тесту на наочно-образне та вербальне мислення. Встановити чи існує достовірний зв'язок між часом виконання цих завдань.*

1. Висунемо статистичні гіпотези:

H_0 – час виконання завдань не залежить від характеру цих завдань, тобто немає зв'язку між часом виконання завдань тесту на наочно-образне мислення та часом виконання завдань тесту на вербальне мислення.

H_1 – час виконання завдань не залежить від характеру цих завдань, тобто існує зв'язок між часом виконання завдань тесту на наочно-образне мислення та часом виконання завдань тесту на вербальне мислення.

2. Отримані результати представимо в таблиці та проведемо необхідні обчислення (таблиця 4.1), де x_i – час виконання наочно-образних завдань; y_i – час виконання вербальних завдань; M_x та M_y середнє арифметичне порівнянних значень.

Таблиця 4.1

Розрахунок коефіцієнта кореляції r -Пірсона.

№	x_i	$x_i - M_x$	$(x_i - M_x)^2$	y_i	$y_i - M_y$	$(y_i - M_y)^2$	$(x_i - M_x) \cdot (y_i - M_y)$
1	22	-14	196	17	-8	64	112
2	32	-4	16	15	-10	100	40
3	33	-3	9	17	-8	64	24
4	44	8	64	28	3	9	24
5	28	-8	64	27	2	4	-16
6	35	-1	1	31	6	36	-6
7	39	3	9	20	-5	25	-15
8	39	3	9	17	-8	64	-24
9	44	8	64	35	10	100	80
10	44	8	64	43	18	324	144
	$M_x=36$		$\Sigma=496$	$M_y=25$		$\Sigma=790$	$\Sigma=363$

3. Рахуємо коефіцієнт кореляції r -Пірсона за формулою (4.1):

$$r = \frac{\Sigma(x_i - M_x) \cdot (y_i - M_y)}{\sqrt{\Sigma(x_i - M_x)^2 \cdot \Sigma(y_i - M_y)^2}} = \frac{363}{\sqrt{496 \cdot 790}} = \frac{363}{626} = 0,58$$

4. Визначаємо число ступенів свободи (k), $k = n - 2 = 10 - 2 = 8$

5. Перевіряємо отриманий коефіцієнт на статистичну значимість для ступенів свободи $k = 8$ за таблицею критичних значень коефіцієнта кореляції r -Пірсона знаходимо $p_{0,05} = 0,63$; $p_{0,01} = 0,77$.

$r_e = 0,58 < p_{0,05} = 0,63$ - кореляція статистично не значуща.

Отже, приймаємо гіпотезу H_0 - час виконання завдань не залежить від характеру цих завдань, тобто немає зв'язку між часом виконання завдань тесту на наочно-образне мислення та часом виконання завдань тесту на вербальне мислення.

Розрахунок коефіцієнта кореляції r - Пірсона можна зробити за допомогою комп'ютерної програми SPSS та автоматично онлайн за посиланням: <https://www.eztests.xyz/criteria/pearsonr/>

4.3 Коефіцієнт рангової кореляції Спірмена.

Коефіцієнт рангової кореляції r -Спірмена – це непараметричний метод, який застосовується для дослідження кореляційного взаємозв'язку між двома ранговими змінними. На відміну від коефіцієнта Пірсона, цей варіант коефіцієнта кореляції працює не з вихідними значеннями змінних, а з їх рангами. Дана процедура є найбільш простою та доступною серед множини аналітичних методів.

Коефіцієнт кореляції Спірмена має такі властивості:

1. Коефіцієнт кореляції може набувати значень від -1 до 1, при чому при $r_s \leq 1$ має місце строго прямий зв'язок, а при $r_s \geq -1$ – строго зворотній зв'язок.
2. Ранговий коефіцієнт кореляції Спірмена використовують коли обидві змінні виміряні в порядкових шкалах.
3. Ранговий коефіцієнт кореляції Спірмена можна використовувати як для малих, так і для великих вибірок.

Обмеження застосовності критерію.

Кількість значень досліджуваних змінних X і Y має бути однаковим $n_1=n_2$, при цьому $5 \leq n_1=n_2 \leq 100$.

Коефіцієнт рангової кореляції r -Спірмена розраховуємо за формулою (4.2)

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot \sum d^2}{n(n^2 - 1)} \quad (4.2)$$

де: n – кількість об'єктів, що рангуються (змінні)

d – різниця між рангами, які властиві двом характеристикам

Алгоритм розрахунку коефіцієнт рангової кореляції r -Спірмена

1. Проранжувати показники окремо за кожною з ознак. Як правило ранжування здійснюється в порядку зростання (спадання) або за принципом «перший- краще». *Зауваження:* якщо ряд ознак x в порядку зростання то y – теж у порядку зростання, якщо x в порядку спадання, то y теж у порядку спадання.

2. Послідовно вираховуємо різницю між рангами попарно порівнюваних показників.

3. Кожну різницю між рангами: d_i підносимо до квадрату і шукаємо суму.

4. Рахуємо ранговий коефіцієнт кореляції Спірмена підставляючи всі значення в формулу.

5. Робимо висновок щодо зв'язку (чи впливу).

Приклад: *Вимірювався поріг тактильної чутливості у різновіковій групі.*

Встановити чи існує достовірний зв'язок між віком піддослідних та величиною порога тактильної чутливості?

1. Висунемо статистичні гіпотези:

H_0 – поріг тактильної чутливості не залежить від віку, тобто зв'язку між тактильної чутливістю і віком людини немає.

H_1 – поріг тактильної чутливості залежить від віку людини, тобто існує зв'язок між тактильної чутливістю і віком людини.

2. Отримані результати представимо в таблиці та проведемо необхідні обчислення (таблиця 4.2)

Таблиця 4.2

Результати діагностики тактильної чутливості у різновіковій групі.

№	Вік	Ранг за віком	Поріг чутливості	Ранг за з порогом чутливості	d	d^2
1	19	4	1,9	1	3	9
2	21	6	2,2	4	2	4
3	16	1	2,4	6	-5	25
4	24	9	2,6	8	1	1

5	17	2	2,3	5	-3	9
6	23	8	2,5	7	1	1
7	25	10	2,1	3	7	49
8	18	3	2,0	2	1	1
9	22	7	2,7	9	-2	4
10	20	5	2,8	10	-5	25
						$\Sigma=128$

3. Ранжуємо по збільшенню – найбільшому балу присвоюємо ранг 1, з тих що залишились – найбільшому присвоюємо ранг 2 і т.д.

4. Знаходимо різницю рангів; підносимо отримані значення до квадрату та сумуємо.

5. Рахуємо коефіцієнт рангової кореляції Спірмена за формулою (4.2):

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot \Sigma d^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 128}{10(10^2 - 1)} = 1 - \frac{768}{990} = 0,22$$

6. Перевіряємо отриманий коефіцієнт на статистичну значимість.

Для $n=10$ за таблицею критичних значень коефіцієнта рангової кореляції r -Спірмена знаходимо $p_{0,05}=0,64$; $p_{0,01}=0,79$.

$r_s=0,22 < p_{0,05}=0,64$ - кореляція статистично не значуща .

Отже, приймаємо гіпотезу H_0 - поріг тактильної чутливості не залежить від віку, тобто зв'язку між тактильної чутливістю і віком людини немає.

Розрахунок рангової кореляції Спірмена можна зробити за допомогою комп'ютерної програми SPSS та автоматично онлайн за посиланням:

<https://www.eztests.xyz/criteria/spearmanr/>

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Климчук В.О. Математичні методи у психології: навч. посіб. для студентів психологічних спеціальностей. Київ: Освіта України. 2009. 288 с.
2. Москальов І.О., Лисенко Д.П. Застосування методів математичної статистики у психолого-педагогічних дослідженнях: навч. посіб. Київ: НУОУ, 2023. 187 с.
3. Руська Р.В. Теорія імовірності та математична статистика в психології: Навч.посіб. Тернопіль. 2020. 112 с.
- 4.Телейко А. Б., Чорней Р. К. Математико-статистичні методи в соціології та психології: навч. посіб. Київ: МАУП, 2007. 424 с.
5. Туриніна О. Л. Методологія та методи психологічного дослідження: навч.-метод. посіб. Київ: Вид. дім «Персонал». 2018. 206 с.